

FRIEDRICH–SCHILLER–UNIVERSITÄT JENA
FAKULTÄT FÜR MATHEMATIK UND INFORMATIK
INSTITUT FÜR INFORMATIK



seit 1558

MODELLENTWICKLUNG FÜR DEN SCHLEIFPROZESS ZUR ZEIT- UND
QUALITÄTSOPTIMIERTEN BEARBEITUNG OPTISCHER
FUNKTIONSFLÄCHEN

DISSERTATION

zur Erlangung des akademischen Grades

doctor rerum naturalium (DR. RER. NAT.)

vorgelegt dem Rat der Fakultät für Mathematik und Informatik

der Friedrich–Schiller–Universität Jena

von DIPL. PHYS. CHRISTIAN SOHR

geboren am 08.11.1983 in Jena

Betreuer

1. PROF. DR. RER. NAT. HABIL. EBERHARD ZEHENDNER (administrativ)
2. DR. RER. NAT. HABIL. HERMANN DÖHLER (fachlich)

Gutachter

1. DR. RER. NAT. HABIL. HERMANN DÖHLER (FSU Jena)
2. PROF. DR.-ING. HABIL. JEAN PIERRE BERGMANN (TU Ilmenau)
3. DR.-ING. HABIL. VOLKER HEROLD (FSU Jena)

Tag der öffentlichen Verteidigung: 04.07.2014

Vorwort

Die vorliegende Arbeit ist während meiner mehrjährigen Tätigkeit am *Institut für Informatik* der *Friedrich-Schiller-Universität Jena* entstanden. Ihre Grundlagen wurden im Zuge eines Kooperationsprojektes gelegt und ermöglichten maßgeblich den erfolgreichen Abschluss desselben. Die anschließende Fortführung und Erweiterung der gewonnenen Erkenntnisse bilden den Inhalt dieser Dissertation.

Naturgemäß sind derartige Forschungsvorhaben nicht ohne die Unterstützung und den persönlichen Einsatz einer Vielzahl von Personen durchführbar. Mit ihrer Hilfe wurden die Voraussetzungen geschaffen, welche für das Gelingen der verschiedenen Teilaufgaben erforderlich waren. Hierbei ist insbesondere Herr DR. RER. NAT. HABIL. HERMANN DÖHLER zu nennen, welcher nicht nur die Leitung des Projektes und die fachliche Betreuung der Arbeit übernahm, sondern auch jederzeit für kritische Diskussionen zur Verfügung stand. Sein Rat war in den weniger erfolgreichen Phasen von besonders hohem Wert.

Weiterhin möchte ich Herrn PROF. DR. RER. NAT. HABIL. EBERHARD ZEHENDNER für seine Unterstützung und die Übernahme der administrativen Betreuung danken. Gleicher Dank gilt dem Leiter des Lehrstuhls für *Rechnerarchitektur und Advanced Computing*, Herrn PROF. DR.-ING. HABIL. MARTIN BÜCKER, für das entgegengebrachte Vertrauen und seinen geduldischen Rückhalt während der Fertigstellung meiner Dissertation. Dem Fachgebietsleiter *Fertigungstechnik* der *Technischen Universität Ilmenau*, Herrn PROF. DR.-ING. HABIL. JEAN PIERRE BERGMANN, danke ich für die aufgeschlossene und bereitwillige Erstellung seines Gutachtens. Dieser Dank gilt auch Herrn DR.-ING. HABIL. VOLKER HEROLD vom *Institut für Materialwissenschaft und Werkstofftechnologie* der FSU Jena, welcher die Anfertigung des Manuskripts zusätzlich mit zahlreichen wertvollen Ratschlägen unterstützt hat.

Sowohl dem Geschäftsführer und technischen Direktor, Herrn DIPL. INF. SVEN KIONTKE, als auch den Mitarbeitern der *asphericon GmbH*, danke ich für die vertrauensvolle Zusammenarbeit und stete Hilfsbereitschaft bei Fragen und Problemen.

Einen erheblichen Anteil an der Verwirklichung der vorliegenden Arbeit hat auch meine Familie. Ohne ihre bedingungslose Unterstützung in den vergangenen Monaten wäre die Fertigstellung meiner Dissertation nicht möglich gewesen. Hierfür gilt ihr mein innigster und herzlichster Dank.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Stand der Forschung	3
2.1	Grundlagen zu optischen Funktionsflächen	3
2.1.1	Das Wesen einer optischen Funktionsfläche	3
2.1.2	Optische Werkstoffe	5
2.1.3	Relevante Form- und Oberflächenparameter	6
2.2	Herstellung von optischen Bauteilen	11
2.2.1	Moderne Herstellungsverfahren	11
2.2.2	Glasbearbeitung durch Schleifen	13
2.3	Modellierung von Schleifprozessen	25
2.3.1	Grundlegende Herangehensweisen	25
2.3.2	Fundamental physikalische Ansätze	30
2.3.3	Ansatz des konstanten Zeitspannungsvolumens	33
3	Ausgangspunkt und Zielstellung	34
3.1	Technische und experimentelle Voraussetzungen	34
3.1.1	Schleifmaschinen und Werkzeuge	34
3.1.2	Messinstrumente	37
3.1.3	Glaswerkstoffe	40
3.2	Aufgabenstellung und Herausforderungen	41
4	Modellentwicklung für den Schleifprozess	44
4.1	Grundlegendes Modell	44
4.2	Das Modell des konstanten Zeitspannungsvolumens	50
4.2.1	Grundlegender Ansatz	51
4.2.2	Spezialisierung auf das CNC-Formschleifen	51
4.3	Das Modell des Kräftegleichgewichts	62
4.3.1	Grundlegender Ansatz	62
4.3.2	Spezialisierung auf das CNC-Formschleifen	66
4.4	Erweiterungsmöglichkeiten des Modells	98
5	Umsetzung und Anwendung	99
5.1	Technische Umsetzung	99
5.1.1	Prinzipieller Programmablauf	99
5.1.2	Ausgewählte numerische Aspekte	102

5.2	Anwendung des Modells des konstanten Zeitspannungsvolumens	104
5.3	Anwendung des Modells des Kräftegleichgewichts	110
6	Zusammenfassung	117
Anhang		122
A	Zusatz zum Stand der Forschung	122
B	Zusatz zum Ausgangspunkt und der Zielstellung	129
C	Zusatz zum Modell des konstanten Zeitspannungsvolumens	137
D	Zusatz zum Modell des Kräftegleichgewichts	138
E	Zusatz zur Umsetzung und Anwendung	148
	Literaturverzeichnis	159
	Abbildungsverzeichnis	167
	Tabellenverzeichnis	171
	Verwendete Hilfsmittel	172
	Ehrenwörtliche Erklärung	173

Notation

Verweise

Gleichungen:	(\dots)
Abbildungen, Tabellen:	\dots
Kapitel:	\dots
Literatur:	$[\dots]$

Vektoren/Matrizen

Kartesische Koordinaten:	$\vec{r} = \{x, y, z\} \quad ; \quad \vec{\rho} = \{x, y\}$
Zylinderkoordinaten:	$\vec{r} = \{r, \varphi, z\} \quad ; \quad \vec{\rho} = \{r, \varphi\}$
Betrag:	$ \vec{r} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{r^2 + z^2}$ $ \vec{\rho} = \sqrt{x^2 + y^2} = r$
Indizierung:	A_{ij} mit $A \in \mathbb{N}^{n \times m}$, $i = 1, \dots, m$, $j = 1, \dots, n$
Transponierung:	$A_{ij} = A_{ji}^T$

Funktionen

Parameterabhängigkeit:	$A = A(B)$
Funktion:	$A = f[B]$
Inverse Funktion:	$B = f^{-1}[A]$

Differentialrechnung

Gewöhnliche Ableitung:	$A'(x) = \frac{dA}{dx}$
Zeitableitung:	$\dot{B} = \frac{dB}{dt} \quad ; \quad \ddot{B} = \frac{d\dot{B}}{dt} = \frac{d}{dt} \frac{dB}{dt}$

Besondere Relationen

Proportionalität:	$A \propto B$
Identität:	$A \equiv A$
Teilmenge/Element:	$A \subset B \quad ; \quad A \in B$
Grenzwert:	$A \longrightarrow B$

Spez. Kennzeichnungen

Konstante:	const
Sonstige Fälle:	sonst
Verwandte Größe:	A^*
Variation/Schrittweite:	ΔA
Einheit:	$A / [A]$

Nomenklatur

	Abkürzungen	
ASTM	—	American Society for Testing and Materials
CNC	—	Computerized Numerical Control
DIN	—	Deutsches Institut für Normung e. V.
FEM	—	Finite Element Method
FEPA	—	Federation of European Producers of Abrasives
IP	—	Ingress Protection Rating
ISO	—	International Organization for Standardization
ON	—	Ordnungsnummer

	Griechische Buchstaben	
$\vec{\varepsilon}_e$	μm	Deformation, elastisch
γ	rad	Spanwinkel
κ	—	Konische Konstante
ν	—	Poissonzahl
ν_e	—	Abbe-Zahl, $\lambda = 546,1 \text{ nm}$
$\vec{\rho}$	mm	Ortsvektor/Punkt, zweidimensional
ρ	g cm^{-3}	Dichte
τ_e	—	Reintransmission, $\lambda = 546,1 \text{ nm}$
ω_W	rad min^{-1}	Winkelgeschwindigkeit, Werkstück

	Großbuchstaben	
A_{cu}	μm^2	Spanungsquerschnitt, Einzelkorn
$A_{cu,ges}$	μm^2	Spanungsquerschnitt, gesamt
A_H	mm^2	Zerspanfläche
A_M	mm^2	Kornmantelfläche
A_P	mm^2	Projektionsfläche
C	$\text{N } \mu\text{m}^{-1}$	Steifigkeitsmatrix
C_{kin}	$\text{mm}^{-2} \mu\text{m}^{-1}$	Schneidendichte, kinematisch
C_{stat}	$\text{mm}^{-2} \mu\text{m}^{-1}$	Schneidendichte, statisch
E	N mm^{-2}	Elastizitätsmodul
\vec{F}_c	N	Schnittkraft
F_{cn}	N	Schnittkraft, Normalkomp.
F_{ct}	N	Schnittkraft, Tangentialkomp.
\vec{F}_ε	N	Deformationskraft
$F_{\varepsilon x}$	N	Deformationskraft, x -Komp.
$F_{\varepsilon y}$	N	Deformationskraft, y -Komp.
$F_{\varepsilon z}$	N	Deformationskraft, z -Komp.
\vec{F}_w	N	Zerspankraft
F_{wn}	N	Zerspankraft, Normalkomp.
F_{wt}	N	Zerspankraft, Tangentialkomp.
F_{wx}	N	Zerspankraft, x -Komp.
F_{wy}	N	Zerspankraft, y -Komp.
F_{wz}	N	Zerspankraft, z -Komp.
H	—	Härte, allgemein
HK	HK 0.1/20	Härte, Knoop
IRR	—	Unregelmäßigkeitsfunktion
J_f	—	Jacobi-Matrix
K_c	$\text{MPa m}^{1/2}$	Bruchzähigkeit
L_{vk}	μm	Durchmesser, Verschleißfläche
N_{kin}	—	Schneidenanzahl, kinematisch
PV	μm	Peak-to-Valley-Wert
Q_w	$\text{mm}^3 \text{min}^{-1}$	Zeitspanungsvolumen
R	mm	Krümmungsradius
R_a	μm	Mittenrauhwert, arithmetischer
RIR	—	Unregelmäßigkeitsfunktion, rot. symm.

RMS	μm	Abweichung, mittl. quadr.
$RMSa$	μm	Asymmetrie, mittl. quadr.
$RMSi$	μm	Unregelmäßigkeit, mittl. quadr.
RMS_t	μm	Formabweichung, mittl. quadr.
R_q	μm	Mittenrauhwert, quadratischer
R_z	μm	Rauhtiefe, mittlere
T	s	Zeitkonstante
TDS	—	Passfehlerfunktion
T_μ	μm	Schnitteinsatztiefe
\dot{V}_w	$\text{mm}^3 \text{min}^{-1}$	Volumenstrom, geometrisch
Z^*	μm	Kornbindungsüberstand, maximal
Z	—	Zernike-Polynom

Kleinbuchstaben

a_e	mm	Arbeitseingriff/Zustellung
a_f	mm	Vorschubeingriff
b_{cu}	μm	Spanungsbreite
c	$\text{N } \mu\text{m}^{-1}$	Steifigkeit
d_K	μm	Korngröße, mittlere
d_{km}	μm	Korndurchmesser, effektiv
d_S	mm	Durchmesser, Schleifwerkzeug
d_W	mm	Durchmesser, Werkstück
\vec{f}_A	N mm^{-2}	Schnittkraftdichte
f	mm	Brennweite
g	—	Metrik
h	mm	Höhenlage/Pfeilhöhe
h_{cu}	μm	Spanungsdicke
$h_{cu,eff}$	μm	Spanungsdicke, effektiv
$h_{cu,krit}$	μm	Spanungsdicke, kritisch
$h_{cu,max}$	μm	Spanungsdicke, maximal, unverformt
l_k	mm	Kontaktlänge, kinematisch
$n_{C'}$	—	Brechungsindex, $\lambda = 643,8 \text{ nm}$
n_e	—	Brechungsindex, $\lambda = 546,1 \text{ nm}$
$n_{F'}$	—	Brechungsindex, $\lambda = 480,0 \text{ nm}$

n_s	min^{-1}	Drehzahl, Schleifwerkzeug
n_w	min^{-1}	Drehzahl, Werkstück
p_M	N mm^{-2}	Druck, Kornmantelfläche
\vec{r}	mm	Ortsvektor/Punkt, dreidimensional
\vec{s}_P	mm	Schwerpunkt, Projektionsfläche
t	s	Zeit
\vec{v}_e	mm s^{-1}	Wirkgeschwindigkeit
\vec{v}_f	mm s^{-1}	Vorschubgeschwindigkeit
v_{fa}	mm s^{-1}	Vorschubgeschwindigkeit, Axialkomp.
\vec{v}_{fp}	mm s^{-1}	Vorschubgeschwindigkeit, Profil
v_{fr}	mm s^{-1}	Vorschubgeschwindigkeit, Radialkomp.
v_{ft}	mm s^{-1}	Vorschubgeschwindigkeit, Tangential- komp.
\vec{v}_s	m s^{-1}	Geschwindigkeit, Werkzeugumfang
\vec{v}_w	m s^{-1}	Geschwindigkeit, Werkstückumfang
\vec{z}_I	—	Rohform/Ist-Form
\vec{z}_s	—	Zielform/Soll-Form
z	mm	Aufmaß

1 Einleitung

„Das Licht, die Ursache der Sichtbarkeit alles Erschaffenen, dieß gemeinsame, so segensreiche Eigenthum aller Geschöpfe des Weltalls, hat in der Natur eine zu wichtige Bestimmung, als daß die nähere Untersuchungen seiner Eigenschaften der Aufmerksamkeit des geistreichsten Volkes im Alterthume hätte entgehen können.“

— EMIL WILDE

Sowohl die Optik (griech. *οπτική* – „Lehre des Sichtbaren“) als auch die Erforschung optischer Technologien gehören zu einem der ältesten Teilgebiete der Physik. Ihre Ursprünge reichen bis in das antike Griechenland zurück und haben seitdem eine durchgängige, sich stetig beschleunigende Weiterentwicklung erfahren.

Angefangen mit elementaren Untersuchungen zur Lichtausbreitung, -brechung und -reflexion, sowie dem Bau von einfachen Vergrößerungslinsen, fand in der frühen Neuzeit ein sprunghafter Fortschritt in der Aufklärung der Natur des Lichtes statt. Die Enthüllung der Gesetze der geometrischen Optik und die Entdeckung der Welleneigenschaften des Lichtes ermöglichten die Konstruktion von immer komplexeren und leistungsstärkeren optischen Instrumenten. Dieser Aufschwung beflügelte auch die Entwicklungen in anderen Wissenschaften, so dass sich die technische Optik als eigenständiger Bereich etablierte.

Seitdem wächst die Bedeutung der optischen Technologien unaufhörlich – sowohl in der angewandten Forschung, als auch im industriellen Einsatz und im Konsumgütermarkt. Insbesondere das vergangene Jahrhundert hat den Aufstieg der Optik zu einer *richtungsweisenden Schrittmachertechnologie* bewirkt, wodurch sie heutzutage eine wesentliche Grundlage für die Entwicklung innovativer Hochtechnologien darstellt. Durch die Anwendungen in der Informations- und Kommunikationstechnik, der Sensorik in Medizin, Industrie und Umwelt, oder der Produktions- und Beleuchtungstechnik, entfaltet sie eine *Querschnittsfunktion* und sichert die Zukunftsfähigkeit eines ganzen Marktes.

So betrug der Umsatz des Jahres 2011 im Bereich Photonik rund 350 Mrd. EUR weltweit bzw. 27 Mrd. EUR in Deutschland, wobei das durchschnittliche nominale Wachstum seit 2005 bei annähernd 7,5 % bzw. 8,0 % und damit weit über dem des (weltweiten) BIP von 2,6 % lag.¹ Dieser Trend wird – den Prognosen der Branche zu Folge – auch im nächsten Jahrzehnt anhalten, so dass die BRD ihre starke Weltmarktposition, mit rund 134 000 unmittelbar oder mittelbar im Photonikbereich beschäftigten Personen, weiter behaupten kann.¹ Als exportorientiertes Hochlohnland (die Exportquote¹ der Photonikindustrie lag 2011 mit durchschnittlich 66 % weit über der des Verarbeitenden Gewerbes von 47 %) ist Deutschland auf die Entwicklung hochpräziser Spitzentechnologien angewiesen, um im internationalen Wettbewerb weiterhin existenz- und konkurrenzfähig sein zu können.

¹Siehe Spectaris u. a. [2013].

Hierbei spielt insbesondere die Fertigung optischer Komponenten und Systeme eine entscheidende Rolle. Dieser Zweig stellt mit einem Umsatz von 4,5 Mrd. EUR und 24 500 Beschäftigten im Jahre 2011 einen wichtigen Teil des Fundaments der deutschen Optikindustrie dar.² Seine Produkte umfassen neben den klassischen optischen Komponenten, wie Linsen, Spiegeln, Prismen usw., auch abbildende Systeme und Geräte, wie Objektive oder Fernrohre, und sind damit für viele andere Bereiche der Photonik grundlegend. Die Basis dieses Industriesektors besteht in der ökonomischen Fertigung komplexer optischer Bauteile – wie z. B. asphärischer Linsen – mit einer weltweit sehr hohen Qualität und Wertschöpfung.

Um diesen Stand in Zukunft halten und ausweiten zu können, bedarf es einer stetigen Forschung an den Fertigungsverfahren – insbesondere an ganzheitlichen Modellen, die eine zielorientierte und flexible Prozessgestaltung erlauben. Nur auf einem solchen Weg ist es möglich, die über viele Jahrzehnte erarbeitete Spitzenposition der deutschen Optikindustrie im internationalen Konkurrenzkampf zu bewahren und die Voraussetzungen für die Entwicklung wegbereitender Innovationen zu schaffen.

Dies ist eine interdisziplinäre Herausforderung, welche die Verknüpfung von verschiedenen Fachgebieten und wissenschaftlichen bzw. ingenieurtechnischen Kenntnissen voraussetzt. Ausgehend von der konkreten Problemstellung sind abstrahierende Beschreibungen der einzelnen Wechselwirkungen zu entwickeln, mit Hilfe mathematischer Methoden zu formulieren und schlussendlich in Form von Steuerungsalgorithmen zu implementieren und umzusetzen. Eine wesentliche Bedeutung hat dabei die Frage, welche Informationen (Ein- und Ausgaben, Prozessgrößen, Messungen) entscheidend sind und wie diese gewonnen, verknüpft und verarbeitet werden können.

Ein solcher Aufgabenkomplex fällt naturgemäß in den Bereich der *Informatik*. Sie ist als fächerübergreifende Wissenschaft in der Lage, die einzelnen Teilgebiete miteinander zu verbinden, die Informationen geeignet zu bewerten, zu verarbeiten und eine zielgerichtete Steuerungsstrategie zu entwickeln und anzuwenden. Auf diesem Weg kann eine signifikante Steigerung der optischen Bauteilfertigung in qualitativer und ökonomischer Hinsicht erreicht werden.

Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, in dieser Beziehung einen Beitrag zu liefern. Dabei steht vor allem der Schleifprozess im Mittelpunkt, welcher für die Fertigung hochpräziser optischer Bauteile besonders wichtig ist. Durch die Anwendung der Grundkonzepte der Informatik auf diesen physikalisch-technischen Bereich und die Entwicklung eines übergreifenden Modells wird der Schleifvorgang einheitlich erfasst und hinsichtlich unterschiedlicher Wechselwirkungen beschrieben. Nach der Spezialisierung auf eine zentrale Herstellungsvariante für asphärische Glaslinsen wird die Modellrechnung in eine Software zur Prozesssteuerung implementiert, experimentell validiert und entsprechend der gesetzten Zielstellungen beurteilt.

²Ebd.

2 Stand der Forschung

Im ersten Teil dieses Kapitels werden die (in dieser Arbeit) relevanten Eigenschaften und Parameter von optischen Funktionsflächen zusammengestellt. Anschließend erfolgt die Darlegung der wichtigsten Herstellungsverfahren mit Hinblick auf die Fertigung von asphärischen Bauteilen. Im abschließenden Kapitel 2.3 werden die grundlegenden Ansätze zur Modellierung von Fertigungssystemen vorgestellt und bewertet.

2.1 Grundlagen zu optischen Funktionsflächen

2.1.1 Das Wesen einer optischen Funktionsfläche

Optische Bauteile und deren Funktionsflächen¹ stellen einen zentralen Bestandteil der geometrischen Optik dar und sind daher auch wesentlicher Forschungsgegenstand der technischen Optik. Sie umfassen eine Vielzahl von Gegenständen und Vorrichtungen, die *reflektiv* oder *refraktiv* auf elektromagnetische Wellen (i. Allg. sichtbares Licht) einwirken, den Strahlengang bzw. das Strahlungsfeld verändern und so *optische Abbildungen* oder andere *Strahlformungen* realisieren.

Beispiele für wichtige und anspruchsvolle Anwendungsgebiete sind *Objektive* für Kameras, Fotoapparate, Mobiltelefone, Satelliten, Sicherheits- und Überwachungstechnik, *Teleskope*, *Korrekturlinsen* (z. B. in der Augenoptik), aber auch Komponenten der *Mess-* und *Analysetechnik* in Industrie und Forschung.

Allen diesen optischen Elementen ist gemeinsam, dass ihre Wirkung zum Einen auf den *optischen Eigenschaften des Mediums* selbst (vor allem die Brechzahl/Dispersion, Extinktion, u. a.) und zum Zweiten auf ihrer *geometrischen Gestalt* beruht. Die Kombination dieser Parameter entscheidet über die Art und den Umfang (z. B. Brechungswinkel), mit der die Strahlung beeinflusst wird. Da in vielen Fällen mehrere Elemente in Verbindung miteinander eingesetzt werden müssen (z. B. Linsensysteme), ist eine enge Abstimmung der Materialien und Formen notwendig.

Je nach den geforderten und gewünschten Eigenschaften wird der Werkstoff (im Allgemeinen Glas) und die genaue Gestalt/das Profil der Funktionsfläche festgelegt. Während ersterer gewissen, herstellenspezifischen Beschränkungen unterliegt (siehe Kapitel 2.1.2), sind der Formgebung keine prinzipiellen Grenzen gesetzt. Sie kann, abhängig von den verfügbaren Maschinen und Werkzeugen, durch den Herstellungsprozess individuell gestaltet werden.

¹In dieser Arbeit werden nur solche Bauteile/Funktionsfläche betrachtet, die nicht primär auf Grundlage der Wellennatur des Lichtes arbeiten (im Gegensatz zu z. B. optischen Gittern).

Eine systematische Einteilung der mögliche Profile ergibt sich aus ihrer Grundform und Symmetrie in *Sphären*, *Asphären*, *Axicons*, *sphärische* und *asphärische Spiegel* (*On-Axis* und *Off-Axis*), *Zylinder* und *Freiformflächen*. Dabei verfügen Sphären über unendlich viele, und Asphären, Axicons, Spiegel, Zylinder nur über eine Symmetrieachse bzw. -ebene. Freiformflächen besitzen gar keine Symmetrie mehr, wodurch sie noch anspruchsvollere Funktionen übernehmen können, aber auch (durch die deutlich aufwändigere und teurere Herstellung) auf Spezialfälle beschränkt bleiben. In Abbildung 2.1 und Anhang A.1 sind einige Beispielbilder von Glaslinsen zusammengestellt.

Die historisch wichtigste Grundform optischer Bauteile stellen sphärische Linsen dar. Dies begründet sich sowohl in ihrer unkomplizierten Herstellung, als auch in der einfachen mathematischen Beschreibung ihrer Funktionsweise. Sie sind nach wie vor die Standardkomponente vieler abbildender Systeme, wie z. B. Beleuchtungsoptiken, Objektive und Teleskope.

Der Hauptnachteil dieser Elemente liegt in ihren optischen Abbildungsfehlern. Hierzu zählen vor allem die *sphärische* und *chromatische Aberration*, der *Astigmatismus* und die *Verzeichnung*. Sie senken die Abbildungsqualität und den Einsatzbereich des optischen Systems maßgeblich und erzwingen die Verwendung kleinerer Aperturen. In der Folge wird auch die Lichtstärke beeinträchtigt, so dass höhere Belichtungszeiten notwendig sind.

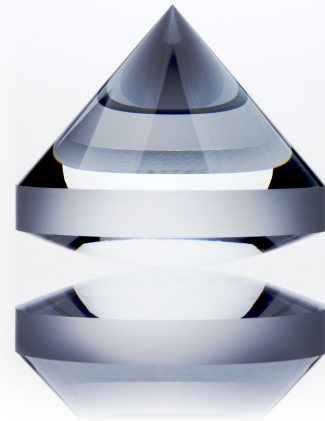


Abbildung 2.1: Foto eines Axicons [asphericon, 2013].

Eine Reduktion dieser Effekte kann mit Hilfe zweier unterschiedlicher Ansätze erreicht werden: Zum Einen durch den Einsatz von mehreren Elementen im Verbund und zum Zweiten durch die Anwendung nicht-sphärischer Formen.

Während die erste Strategie weiterhin mit den einfach zu fertigenden Sphären auskommt, werden im zweiten Fall deutlich aufwendigere (und damit teurere) Funktionsflächen benötigt. Diesen Nachteil besitzen alle individuellen und problemangepassten Formen, da sie weniger (für die Bearbeitung vorteilhaften) Symmetrieachsen bzw. -ebenen aufweisen, siehe auch Kapitel 2.2. Die entscheidenden Vorteile bestehen jedoch in einer deutlich verbesserten Reduktion der Abbildungsfehler und in der damit verbundenen Einsparung von Linsen. So können beispielsweise bis zu drei (und in Einzelfällen sogar noch mehr) Sphären durch eine einzige asphärische Linse ersetzt werden, was eine signifikante Verbesserung der abbildenden Systeme hinsichtlich Größe und Gewicht bedeutet [Koch, 1991]. Abbildung 2.2 zeigt exemplarisch die (vollständige) Korrektur der sphärischen Abberation mit Hilfe einer Asphäre.

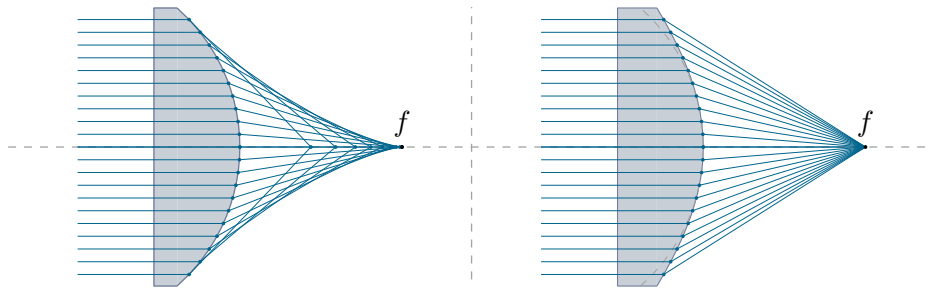


Abbildung 2.2: Schematische Darstellung der sphärischen Abberation bei einer Sphäre (links) und ihrer vollständigen Korrektur durch eine Asphäre (rechts). Beide Linsen haben den gleichen Krümmungsradius R (auf der optischen Achse) und daher auch die selbe Brennweite f . Zum besseren Vergleich ist der Krümmungskreis auf der rechten Seite eingezeichnet (gestrichelt).

Die Vorzüge asphärischer Funktionsflächen haben in den letzten Jahrzehnten zu einem vermehrten Einsatz in allen Bereichen der geometrischen und technischen Optik geführt. Um die mit der hohen Flexibilität des Profils verbundenen Herstellungsprobleme ökonomisch lösen zu können, fand eine stetige Weiterentwicklung der Fertigungsverfahren und Produktionskapazitäten statt.

Dieser Trend ist nicht zuletzt dem starken internationalen Konkurrenzkampf geschuldet, welcher die Produktion von einfachen optischen Standardkomponenten in Hochlohnländern völlig unwirtschaftlich erscheinen lässt. Die Zukunftsfähigkeit dieses (insbesondere des deutschen) Marktes hängt vielmehr von innovativen, anspruchsvollen und qualitativ sehr hochwertigen Produkten, wie z. B. Asphären für Hochleistungsoptiken, ab. Ein Ausbau dieser Kompetenzen ist also wesentlich.

2.1.2 Optische Werkstoffe

Bedingt durch seine guten optischen Eigenschaften im Bereich des sichtbaren Lichtes und seiner hohen chemischen und mechanischen Stabilität ist *Glas* seither der wichtigste Werkstoff für den Einsatz in der technischen Optik. Der überwiegende Teil der Linsen wird daraus gefertigt und die Verwendung anderer Materialien, wie z. B. dem kristallinen *Calciumfluorid* oder auch *Saphir*, bleibt Spezialanwendungen vorbehalten. Für Spiegel sind außerdem verschiedene *Metalle* von Bedeutung, welche entweder direkt bearbeitet oder auf ein vorgefertigtes Bauteil aufgebracht werden. All diese speziellen Werkstoffe werden im Folgenden nicht näher betrachtet.

Bei Gläsern handelt es sich um – bzgl. der atomaren Fernordnung – *amorphe, nicht-kristalline Feststoffe*, die die Eigenschaften einer hoch-viskosen, unterkühlten Flüssigkeit besitzen und statt eines definierten Schmelzpunktes einen breiten Transformationsbereich beim Erwärmen aufweisen. Sie lassen sich nach verschiedensten Gesichtspunkten kategorisieren. So spielen in der technischen Optik vor allem *Quarz-, Kron-, Flint-* und

Borosilikatgläser eine wichtige Rolle. Sie bestehen zum überwiegenden Teil aus dem *Netzwerkbildner* Siliziumdioxid (SiO_2) mit optionalen Zusätzen (*Netzwerkmodifizierer* und *Stabilisatoren*) wie Kaliumoxid (K_2O), Natriumoxid (Na_2O), Blei(II)-oxid (PbO) oder Bortrioxid (B_2O_3) in unterschiedlicher Konzentration.

Die Auswahl der zu bearbeitenden Glaswerkstoffe erfolgt anwendungsbezogen und (bei industrieller Herstellung) im Allgemein durch den Kunden. Wesentliches Augenmerk bei der Entscheidung sind natürlich die *optischen Eigenschaften* wie Dispersions- und Transmissionsabhängigkeiten, aber auch Materialparameter wie z. B. chemische und thermische Beständigkeiten oder spannungsoptisches Verhalten. Diesbezüglich gibt es eine breite Palette an Gläsern für die unterschiedlichsten Einsatzbereiche. Namenhafte Hersteller sind die SCHOTT AG, die OHARA INC. oder die HOYA CORP..

Für die Schleifbearbeitung sind in erster Linie die *mechanischen Eigenschaften* wie z. B. die Bruchzähigkeit K_{IC} , die Härte H oder das Elastizitätsmodul E des jeweiligen Werkstoffs relevant. Sie resultieren aus dem inneren Aufbau der Festkörper und werden durch die zugehörigen Materialprüfungen (z. B. der *Härteprüfung nach Knoop*) bestimmt. Ein Beispiel hierfür sind die kovalenten SiO_2 -Bindungen, welche die für eine plastische Verformung dringend benötigte Bewegungsfreiheit der Bindungselektronen stark einschränken und so für die hohe Sprödigkeit und Härte der meisten Gläser sorgen [Klocke und König, 2005]. Dies hat einen signifikanten Einfluss auf die Schleifbarkeit, die erreichbaren Oberflächenparameter (insbesondere Rauheit) und damit auf die Wahl der Arbeitsmittel (Werkzeuge, Maschinen, Betriebs- und Kühlschleifmittel).

2.1.3 Relevante Form- und Oberflächenparameter

Um das Bauteilprofil mathematisch zu beschreiben, wird nach DIN ISO 10110 ein rechtsorientiertes, orthogonales Koordinatensystem verwendet, bei dem die z -Achse mit der optischen Achse zusammenfällt und das Bauteilzentrum im Ursprung liegt. Die Orientierung der Ordinate wird bei optischen Zeichnungen in Richtung des Bauteils/des Werkstoffs festgelegt, bei Profil- und Rauheitsmessungen aber auch umgekehrt.² Unabhängig davon entspricht die jeweilige *Funktionsfläche* dann der zweidimensionalen Kurve $z(x, y)$.

Der größte Teil der heutzutage eingesetzten Formen gehört zur Klasse der *verallgemeinerten Oberflächen zweiten Grades*. Darunter fallen (durch eine Polynom-Erweiterung) neben linearen und sphärischen auch alle asphärischen Profile. Die Grundform dieser Flächen wird mit Hilfe der Gleichung

$$z(x, y) = \frac{x^2/R_x + y^2/R_y}{1 + \sqrt{1 - (1 + \kappa_x)(x/R_x)^2 - (1 + \kappa_y)(y/R_y)^2}} \quad (2.1)$$

²Im Rahmen dieser Arbeit wird ausschließlich die zweite Variante genutzt.

dargestellt, wobei R_x und R_y die Krümmungsradien in der jeweiligen Ebene bei $z = 0$ und κ_x bzw. κ_y die zugehörigen konischen Konstanten sind. Wie bei allen Kegelschnitten bestimmen letztere darüber, ob es sich bei der Schnittkurve um eine Ellipse ($\kappa > -1$), eine Parabel ($\kappa = -1$) oder eine Hyperbel ($\kappa < -1$) handelt. Für $\kappa = 0$ liegt ein Kreis vor und für $R_x = R_y = R$, sowie $\kappa_x = \kappa_y = \kappa$ ist $z(x, y)$ rotationssymmetrisch zur z -Achse.

Insbesondere der letzte Fall ist für moderne Anwendungen (und in dieser Arbeit) besonders wichtig. Durch eine entsprechende Spezialisierung der Gleichung (2.1) und eine Erweiterung mit hochgradigen, radialen Monomen $A_i r^i = A_i (x^2 + y^2)^{i/2}$, $i = 1, \dots, n$, werden rotationssymmetrische und enorm flexible Formen möglich. Diese *Asphären in engeren Sinne* zeichnen sich durch die – zusätzlich zu R und κ – frei wählbaren Koeffizienten A_i aus. Die Höhe ihres Profils wird *Pfeilhöhe* genannt und, zur besseren Unterscheidbarkeit von der z -Koordinate und dem Aufmaß z , mit $h_s(r)$ statt mit $z(x, y)$ bezeichnet. Aus Gleichung (2.1) folgt dann die „Asphärengleichung“

$$h_s(r) = \frac{r^2/R}{1 + \sqrt{1 - (1 + \kappa)(r/R)^2}} + \sum_{i=1}^n A_i r^i. \quad (2.2)$$

Abbildung 2.3 zeigt den Schnitt durch eine exemplarische Asphäre. Der eingezeichnete Krümmungskreis entspricht der sphärischen Form.

Die mit Hilfe der Gleichung (2.1) bzw. (2.2) beschriebenen Flächen sind idealisiert und stellen die Referenz für den Fertigungsprozess dar. Da die Herstellung optischer Gläser/Werkstoffe und ihre Formgebung durch unterschiedliche Fertigungsverfahren (siehe Kapitel 2.2) immer natürliche Schwankungen in den Material- und Oberflächeneigenschaften der erzeugten Elemente hervorbringt, können die gewünschten Parameter jedoch nur näherungsweise, d. h. innerhalb gewisser Toleranzen erreicht werden.

Je nach Grad/Höhe der Abweichungen wird die Funktion und der Einsatzbereich der Bauteile entsprechend eingeschränkt. Mit steigenden Anforderungen wachsen auch der Produktionsaufwand und damit der Preis. Dies gilt insbesondere dann, wenn nur wenige/keine Symmetrien vorhanden sind.

Um nun die verschiedenen Abweichungen zu erfassen und zu quantifizieren, findet eine Unterscheidung in *Materialfehler*, *Formfehler* und *Oberflächenfehler* statt. Zur ersten Kategorie gehören herstellungsbedingte Inhomogenitäten und Schlieren, Blasen und Einschlüsse/Defekte, sowie spannungsbedingte Doppelbrechungen innerhalb der Linse. Sie sorgen primär für eine vermehrte Streuung und Absorption des Lichtes beim Durchlauf durch das Element selbst.

Die zweite Fehlerart betrifft die makroskopische Gestalt des Bauteils, also dessen Größe und Oberflächenform bzw. -ausrichtung. Hierzu zählt vor allem die (globale) Abweichung der Geometrie von ihrer mathematischen Vorgabe (Passfehler, Welligkeit und andere) und die Lage der optischen Achse (Zentrierfehler). Die Abbildungseigenschaften der

Funktionsfläche werden maßgeblich hierdurch bestimmt, so dass diese Kategorie aus fertigungstechnischer Sicht besonders wichtig ist.

Die letzte Klasse der Oberflächenfehler umfasst die mikroskopischen Defekte/Randzonenschädigungen und Unregelmäßigkeiten, wie Kratzer, Randaussprünge, Fehlstellen in der Beschichtung, Risse in der Oberfläche (*Tiefenrisse*) und Rauheiten in unterschiedlichen ortsbezogenen Frequenzen (Spatialfrequenzen). Sie sind hauptsächlich für das Streu- und Reflexionsverhalten der Oberfläche verantwortlich und können dieses stark negativ beeinflussen.

Abbildung 2.4 zeigt eine schematische Darstellung. Da der Gegenstand dieser Arbeit der Schleifprozess ist, werden nachfolgend nur dadurch beeinflusste Fehler genauer betrachtet.

Das Schleifen gehört zu den formgebenden Verfahren, so dass für eine Bewertung der Schleifergebnisse (in dieser Arbeit) die Formfehler das entscheidende Merkmal sind und die Oberflächenfehler (insbesondere Rauheit) nur eine untergeordnete Rolle spielen. Ihnen kommt, wie schon angesprochen, eine zentrale Bedeutung für die optischen Eigenschaften zu und sie haben auch einen erheblichen Einfluss auf nachfolgende Prozessstufen, siehe Kapitel 2.2. Eine Quantifizierung dieser Abweichungen kann anhand verschiedener Methoden erfolgen. Sofern die Bauteilform und ihre Abweichungen durch Polynome beschrieben werden können,³ stellen nach DIN ISO 10110 die *Zernike-Polynome* eine geeignete Grundlage dafür dar. Hierbei handelt es sich um orthogonale Polynome, mit denen sich eine Vielzahl von Flächengeometrien und Wellenfronten beschreiben lassen. Üblicherweise werden sie in (werkstückbezogenen) Zylinderkoordinaten angegeben und mit $Z_n^{\pm m}(r, \varphi) = R_n^m(r) \cdot G^m(\varphi)$ bezeichnet. Sie enthalten einen winkelabhängigen Teil $G^m(\varphi)$ und die Radialpolynome $R_n^m(r)$, welche gewisse Symmetriebedingungen erfüllen [Born und Wolf, 1999]. Ihre allgemeine Struktur und die im Folgenden wichtigen Spezialfälle sind im Anhang A.2 zusammengestellt.

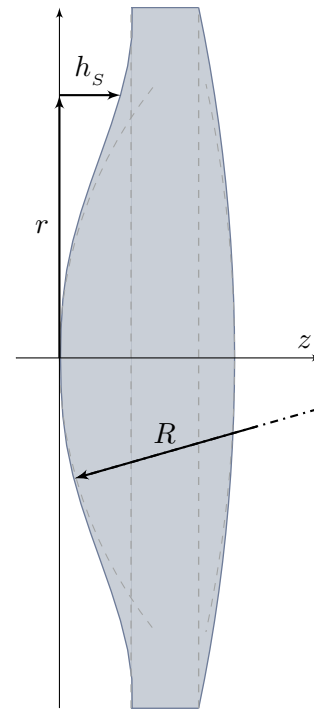


Abbildung 2.3: Profil einer asphärischen Linse nach Gleichung (2.2).

Die Fehlerauswertung besteht darin, nacheinander immer höhere Ordnungen der Zernike-Polynome an die Daten optimal anzugleichen und sie davon abzuziehen. Dabei dient die Differenzkurve f der vorhergehenden Fehlerordnung als Grundlage für den nächsten Schritt. Ihr kann stets ein *PV-Wert* („Peak-to-Valley“) und eine *mittlere*

³Dies ist im Allgemeinen erfüllt und trifft nur bei größeren, lokal eng begrenzten Formfehlern nicht zu.

quadratische Abweichung (*RMS*-Wert – „Root Mean Square“) zugeordnet werden:

$$PV[f] = \max_i [f_i] - \min_i [f_i] \quad (2.3a)$$

$$RMS[f] = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_i f_i^2}. \quad (2.3b)$$

Die Gleichungen (2.3) gelten für diskrete Messkurven mit den Funktionswerten f_i , $i = 1, \dots, n$, wie sie beispielsweise aus taktilen Oberflächenmessungen resultieren. Neben den Parametern *PV* und *RMS* gibt es noch zahlreiche weitere Charakteristika, welche in dieser Arbeit aber unbedeutend sind. Sofern keine weitere Angabe erfolgt, bezieht sich der *PV*-Wert auf die Passfehlerfunktion *TDS*, siehe unten.

Im Zusammenhang mit Rauheitsmessungen wird anstatt der Bezeichnung *RMS* auch das Symbol R_q (quadratischer Mittenrauhwert) verwendet. Die Berechnung des einfachen arithmetischen Mittelwertes ergibt den arithmetischen Mittenrauhwert R_a bzw. die mittlere Rauhtiefe R_z .⁴

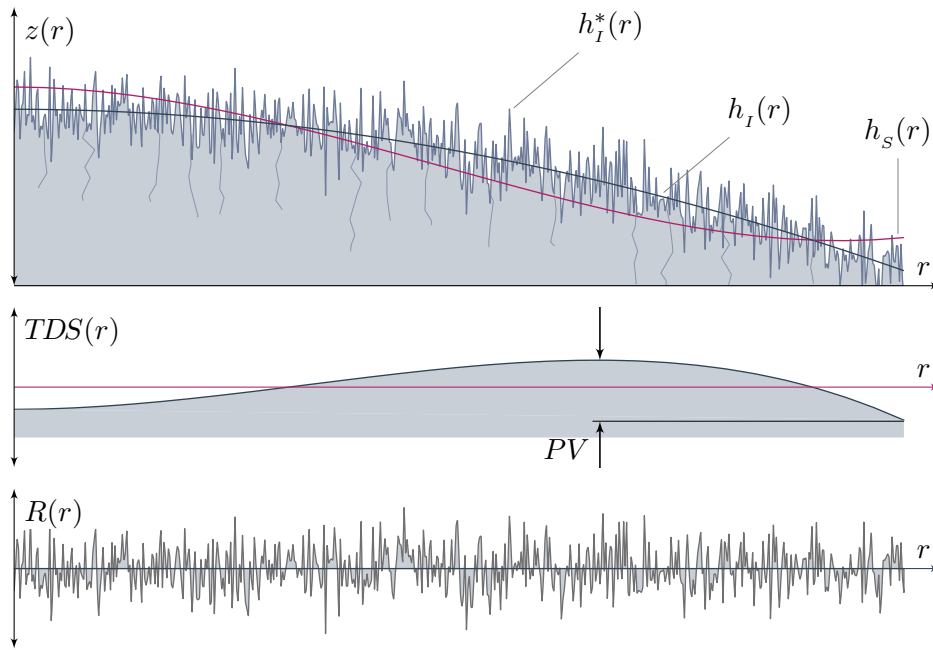


Abbildung 2.4: Darstellung einer zweidimensionalen Profil-Formmessung mit Formabweichung und Rauheit. Anstatt des geforderten Profils $h_s(r)$ liegt die Kurve $h_I(r)$ bzw. $h_I^*(r)$ mit der Passfehlerfunktion $TDS(r)$ und der Rauheit $R(r)$ vor. Zusätzlich ist die Werkstück-Randzone durch Tiefenrisse geschädigt.

⁴Der Unterschied zwischen beiden Größen besteht in der Messvorschrift. Während R_a direkt über das gesamte Intervall berechnet wird, dienen für die Bestimmung von R_z mehrere Einzelintervalle, deren R_a -Werte gemittelt werden.

Um nun die erste Fehlerordnung errechnen zu können, muss zunächst die direkte Differenz zwischen der gewünschten Soll-Form und der erreichten Fläche (gemessen senkrecht zur Soll-Form) bestimmt werden. Bei interferometrischen Messungen nennt man diese Kurve *Wellenaberrationsfunktion*⁵ $W(r, \varphi)$. Anschließend wird die der Fläche $W(r, \varphi)$ bestangepasste Ebene („Plane“) $P(r, \varphi)$ ermittelt und abgezogen. Dies ergibt den *Passfehler* bzw. die *Passfehlerfunktion* („Total Surface Deviation Function“) $TDS(r, \varphi)$:

$$TDS(r, \varphi) = W(r, \varphi) - P(r, \varphi) \quad (2.4a)$$

$$P(r, \varphi) = C_0 + C_1 Z_1^1(r, \varphi) + C_2 Z_1^{-1}(r, \varphi). \quad (2.4b)$$

Die Größen C_i sind hierbei freie Koeffizienten, welche durch die Methode der kleinsten Fehlerquadrate zu bestimmen sind. Der *RMS*-Wert dieser Funktion wird als *totale rms-Abweichung* RMS_t bezeichnet. Er ist neben dem zugehörigen *PV*-Wert das wichtigste Beurteilungskriterium für die Schleifergebnisse hinsichtlich ihrer Makrogeometrie.

Die zweite Fehlerordnung besteht in der Differenz der Passfehlerfunktion $TDS(r, \varphi)$ zu der ihr optimal angepassten Kugelfläche $C_3 Z_2^0(r)$. Sie heißt *Unregelmäßigkeitsfunktion* („Irregularity Function“) $IRR(r, \varphi)$ und ergibt sich aus

$$IRR(r, \varphi) = TDS(r, \varphi) - C_3 Z_2^0(r). \quad (2.5)$$

Sie beschreibt die Abweichung der erzeugten Fläche von einer Kugelform, ihr *RMS*-Wert ist die *rms-Unregelmäßigkeit* RMS_i und ihr *PV*-Wert die *Unregelmäßigkeit*. Der *PV*-Wert der bestangepassten Kugelfläche selbst wird *Pfeilhöhenfehler* genannt und ist bei sphärischen Bauteilen ein Maß für den Unterschied des gewünschten zum tatsächlichen Krümmungsradius.

Um auch asphärische Formfehler erfassen zu können, errechnet die dritte (und letzte) Fehlerordnung die Differenz der Unregelmäßigkeitsfunktion zu der ihr am besten approximierten asphärischen Fläche („Approximating Aspheric Surface“) $ASS(r)$. Diese *rotationssymmetrische Unregelmäßigkeitsfunktion* wird hier mit $RIR(r, \varphi)$ bezeichnet. Sie folgt aus

$$RIR(r, \varphi) = IRR(r, \varphi) - ASS(r) \quad (2.6a)$$

$$ASS(r) = C_3 Z_2^0(r) + C_8 Z_4^0(r) + C_{15} Z_6^0(r) + C_{24} Z_8^0(r) + C_{35} Z_{10}^0(r). \quad (2.6b)$$

Ihr *PV*-Wert ist die *rotationssymmetrische Unregelmäßigkeit* und ihr *RMS*-Wert heißt *rms-Asymmetrie* RMS_a . Sie hat für die Praxis nur eine geringe Bedeutung und wird meist nicht mit angegeben. Dennoch soll sie aus Gründen der Vollständigkeit hier und auch in der Auswertung der Schleifergebnisse (Kapitel 5.2 und 5.3) mit aufgeführt werden.

⁵Da die Vorgehensweise im Prinzip die Gleiche wie bei einer taktilen Auswertung ist, kommt diese Bezeichnung auch hier zur Anwendung

Sofern es sich bei den auszuwertenden Flächen um rotationssymmetrische Formen handelt oder nur Profil-Formmessungen entlang eines Schnittes durch das Werkstückzentrum verfügbar sind, können die winkelabhängigen Terme $Z_1^{\pm 1}(r, \varphi)$ in Gleichung (2.4) entfallen und stets nur die rein radialen Anteile $R(r)$ verwendet werden, siehe Anhang A.2. Im zweiten Fall wird dann anstatt einer flächenhaften Ausgleichsrechnung nur eine eindimensionale Approximation vorgenommen.

2.2 Herstellung von optischen Bauteilen

2.2.1 Moderne Herstellungsverfahren

Herstellungsverfahren werden, entsprechend ihrer Wirkungsweise auf die Form und den Zusammenhalt des Werkstoffs, nach DIN 8580 in die Hauptgruppen *Urformen*, *Umformen*, *Trennen*, *Fügen*, *Beschichten* und das *Ändern von Stoffeigenschaften* eingeordnet, siehe Anhang A.3. Diese enthalten mehrere Untergruppen, welche wiederum anhand ihres physikalischen Wirkprinzips untergliedert sind. Auf diese Weise kann jedes Verfahren zugewiesen und durch eine *Ordnungsnummer* (ON) identifiziert werden. Alternativ dazu finden auch andere Einordnungskriterien Anwendung. So ist bei einer mehrstufigen Fertigung des Bauteils, je nach Prozessstufe, auch eine Unterscheidung in *Vor-*, *Fein-* und *Fertigbearbeitung* möglich. Des Weiteren ist eine Klassifikation hinsichtlich der erreichbaren Genauigkeit in *konventionelle*, *präzise* und *hoch-/ultrapräzise* Verfahrensvarianten üblich. Letztere Begriffe sind allerdings relativ und beziehen sich auf den jeweils aktuellen Industriestandard.

Die Verwendung und die Abfolge der einzelnen Herstellungsverfahren im Fertigungsprozess hängt in erster Linie vom Werkstoff, dem gewünschten Bauteil und wesentlich von den geforderten Form-, Funktions- und Oberflächentoleranzen ab. Hinzu kommen Fragen nach dem zeitlichen, materiellen und personellen Produktionsaufwand, möglichen technischen Risiken, der Flexibilität hinsichtlich des Endprodukts, sowie – nicht zuletzt – des Arbeits- und Umweltschutzes.

Im Rahmen der Optikfertigung müssen i. Allg. *spröd-harte*, schwer zu zerspanende Materialien bearbeitet werden. Hierzu gehören vor allem die *optischen Gläser*, aber auch *Hart-* und *Leichtmetalle*, sowie *kristalline Halbleiter* und *Keramiken*. Sie verfügen über eine geringe Risszähigkeit/Bruchdehnung bei gleichzeitig hoher Härte und können dadurch – unter Normalbedingungen – nur in einem relativ kleinen Toleranzbereich (bzgl. der Prozessparameter) durch plastische Verformung bearbeitet werden (*duktiler Abtrennmodus*). In den anderen Fällen erfolgt der Abtrennvorgang durch Induzierung von Rissen im Material und anschließendem Herausbrechen kleiner Fragmente (*Sprödbbruch*), wodurch die resultierende Oberfläche eine hohe Rauheit und Randzonenschädigung mit Tiefenrissen aufweist.

Bei der Wahl des Herstellungsverfahrens muss neben dieser Charakteristik auch die bereits erwähnte Tatsache berücksichtigt werden, dass sich die Endprodukte wesentlich durch ihre Formeigenschaften bestimmen. In reflektiven und refraktiven Optiken ist die Oberflächenqualität das entscheidende Merkmal für deren Funktionsweise. Außerdem erfordern die Anwendungsgebiete meist eine individuelle, nicht-triviale Bauteilgeometrie mit möglichst geringen Formabweichungen und Rauheiten. Daher kommt diesem Punkt eine hohe Bedeutung zu.

Die genannten Probleme/Herausforderungen sind der Grund dafür, dass ein Großteil der industriellen Optikfertigung durch die formgebenden Ur- bzw. Umform- und Trenn-Verfahren *Gießen*, *Pressen*, *Schleifen* und *Läppen/Polieren* erfolgt. Zwar gibt es auch alternative Bearbeitungsmöglichkeiten, wie z. B. *Drehen* („single point diamond turning“), *Ionenstrahlätzen*, oder *Schleifen mit mechanischer Vorspannung*, für die Glasbearbeitung in Serienfertigung sind diese aber entweder noch zu wenig erforscht oder (aufgrund ihres hohen Aufwandes) nur in Einzelfällen anwendbar [Koch, 1991, Lemaitre, 2006].

Je nach Ausgangspunkt bzw. Rohteil werden die Verfahren entweder einzeln oder als mehrstufige Fertigungskette eingesetzt. Im zweiten Fall wird der Rohling zunächst vorbearbeitet, wobei die Materialabtrennung und die Formgebung mit Hilfe mechanischer Wirkprinzipien im Fokus steht. Hierzu gehören Gießen, Pressen und auch das Schleifen mit grobkörnigen Werkzeugen (*Vorschleifen*). Anschließend erfolgt die Feinbearbeitung mit dem Ziel einer geringen Formabweichung und hohen Oberflächengüte, sowie einer reduzierten Tiefenschädigung. Eine zunehmende Rolle spielen dabei chemische Einflüsse, welche die mechanischen Vorgänge begleiten [Bifano u. a., 1993, Neo u. a., 2012]. Dieser Prozessstufe zugehörig sind das Schleifen mit feinkörnigen Schleifwerkzeugen (*Feinschleifen*) und das Läppen.

Die finale Endbearbeitung mit Hilfe des *Polierens* soll vor allem die Oberflächenrauheit und Randzonenschädigung reduzieren, aber auch lokale Formabweichungen mit geringer Höhe minimieren. Das Wirkprinzip basiert hierbei wesentlich auf mechanisch-chemischen Vorgängen.

Für die Beurteilung der einzelnen Herstellungsverfahren ist nun entscheidend, dass sie eine zunehmend genauere Bearbeitung auf Kosten des Zeitaufwandes ermöglichen. Je nach Zeitspannungsvolumen, Aufmaß und Werkstückgröße liegt der zeitliche Rahmen zwischen einigen Minuten (beim Pressen und Schleifen) und mehreren Stunden (beim Polieren) pro Arbeitsgang. Daraus ergibt sich, dass die Verfahren sowohl unter qualitativen, technischen, wie auch ökonomischen Gesichtspunkten nicht gleichwertig sind und eine anwendungsbezogene Abwägung erfolgen muss.

Hauptnachteil der Gieß- und Umformverfahren ist die mangelnde Flexibilität hinsichtlich der erzeugbaren Formen und die schwerer zu gewährleistende Konstanz in der Qualität. Dies gilt sowohl für die Oberflächenprofile, welche mit der jeweiligen Matrize festgelegt sind, als auch für die Größe der Bauteile. Letztere ist beschränkt durch die Entstehung von lokalen Spannungszonen beim Abkühlen und Pressen der Werkstoffe, sowie durch

temperaturbedingte Schrumpfung und Formabweichung. Sofern Kunststoffe als Material verwendet werden, weisen die fertigen Bauteile zusätzlich eine hohe thermische Ausdehnung und Brechzahlabhängigkeit auf.

In der Konsequenz finden Gieß- und Press-Verfahren nur bei Großserienfertigung mit niedrigen bis mittleren Qualitätsanforderungen an die optische Abbildung Anwendung. Beispiele hierfür sind Linsen für einfache Objektive oder Reflektoren für Scheinwerfer. Bei der Herstellung von Präzision- und Hochleistungsoptiken kommt hingegen nur eine Fertigungskette aus Schleifen und Polieren in Frage [Koch, 1991]. Beide Verfahren bilden die grundlegenden Arbeitsgänge und können – je nach Anforderung – durch weitere und noch präzisere Methoden, wie die Bearbeitung mit Ionenstrahlen, ergänzt werden. Ein isolierter Einsatz ist auf spezielle Anwendungen beschränkt, da die Abtragsraten des Polierens zu gering sind, um mit vertretbarem Zeitaufwand wesentliche Formveränderungen zu erreichen und der Schleifprozess meist nicht die geforderte Oberflächenqualität (Rauheit, Schädigung) erzeugen kann.

Für die Fertigungskette präziser und hochpräziser Funktionsflächen stellen also der Schleif- und Polierprozess die entscheidenden Arbeitsgänge dar. Eine problemangepasste, beide Verfahren umfassende Optimierung kann signifikante zeitliche und wirtschaftliche Vorteile erschließen. Insbesondere dem Schleifprozess kommt eine hohe Bedeutung für die Effizienz der gesamten Herstellung zu, da er die Voraussetzungen für den Poliervorgang schafft und diesen in seiner Dauer maßgeblich beeinflusst.

2.2.2 Glasbearbeitung durch Schleifen

2.2.2.1 Das Wesen des Schleifprozesses

Das Schleifen (ON 3.3) ist ein trennender Bearbeitungsprozess mit Hilfe eines Ensembles *geometrisch unbestimmter Schneiden*, welche *bahngebunden* in die Werkstückoberfläche eindringen. Im Gegensatz zum Gießen und Pressen geschieht die Materialformung durch das *Abtrennen* von Werkstoff. Die Abgrenzung zu den verwandten Verfahren Drehen bzw. Läppen/Polieren erfolgt durch die Tatsache, dass mehrere Schneiden gleichzeitig in Eingriff kommen und dass statt der Bahn- eine Kraftbindung vorherrscht, siehe Abbildung 2.5. Des Weiteren spielen chemische Einflüsse beim Schleifen nur eine untergeordnete Rolle.

Die wirksamen Schneiden sind ein Teil der Schleifkörner,⁶ welche sich auf der Oberfläche des Werkzeugs befinden und in einer Bindung gehalten werden. Es handelt sich dabei um die Bruchkanten spröde-harter, kristalliner Kornwerkstoffe, deren individuelle Form unbekannt und einer ständigen Veränderung unterworfen ist [Klocke und König, 2005].

⁶Im Allgemeinen kann ein Schleifkorn über mehrere Kanten verfügen, die als Schneiden fungieren können. Da diese aber räumlich sehr eng beieinander liegen, werden sie im Folgenden als Einheit betrachtet.

Zu jedem Zeitpunkt des Prozesses kommen mehrere Körner mit dem zu bearbeitenden Werkstoff in Kontakt, dringen zum Teil in diesen ein und trennen Material in Form von Spänen oder Bruchstücken heraus (Wirkbewegung). Folglich handelt es sich um eine *kontinuierliche Zerspanung*, welche nur durch die permanente Schnitt- und Vorschubbewegung des Werkzeugs erfolgen kann. Letztere ist die Summe aus einer profil-bildenden und einer für die fortlaufende Zerspanung notwendigen Bewegung.

Inwiefern dieser Abtrennvorgang hauptsächlich durch plastische Scherung des Werkstoffs (duktiler Modus) oder durch Induzierung von lateralen und medialen Rissen mit anschließendem Herausbrechen (Sprödbbruch) erfolgt, hängt von den jeweiligen Werkzeug-, Werkstoff- und Prozessparametern ab. Es gibt hierbei einen Übergangsbereich (siehe unten), welcher aktuell Gegenstand intensiver Forschung ist.

Alle für den Prozess benötigten Schnittkräfte und -leistungen werden von der Schleifmaschine hervorgebracht. Der Kraftfluss läuft hierbei im Wesentlichen von den Antriebsmotoren über die zugehörigen Spindeln zum Werkzeug und Werkstück. Dort wird die eingebrachte Energie für die Zerspanung aufgewendet und zum überwiegenden Teil in Wärme umgewandelt, so dass eine ständige Kühlung durch ein *Kühlschmiermittel* (meist Wasser mit Zusätzen oder Öl) notwendig ist.

Die zur Präzisionsbearbeitung optischer Komponenten erforderlichen Zustellgenauigkeiten von rund $1\mu\text{m}$ werden von modernen Schleifmaschinen, dank entsprechender Lager und Ansteuerungsmöglichkeiten, sowie einer hohen Steifigkeit der gesamten Anordnung, erreicht.

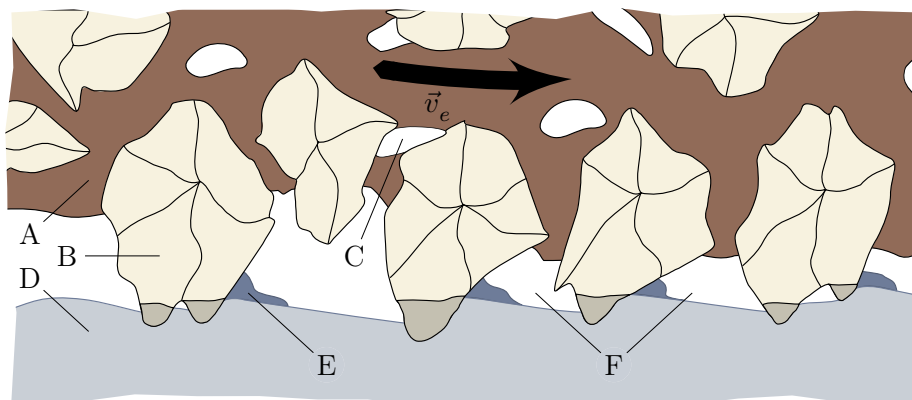


Abbildung 2.5: Schematische Darstellung des Abtrennvorgangs durch ein Ensemble von Schleifkörnern nach Klocke und König [2005]. Die Bindung (A) enthält einzelne Körner (B) und Poren (C). Das Werkstück (D) wird durch die aus \vec{v}_e resultierende Wirkbewegung der Körner geschliffen, wobei Werkstoff in Form von Spänen (E) abgetrennt und in den Spanräumen (F) abtransportiert wird.

2.2.2.2 Verfahrensvarianten beim Schleifen

Die in der Industrie gängigen Schleifverfahren für optische Komponenten entsprechen der ON 3.1.1 („Schleifen mit rotierendem Werkzeug“) und sind in der DIN 8589 erfasst. Es handelt sich dabei um eine Gruppe von Verfahren, bei denen eine rotatorische Schnittbewegung und mehrachsige Vorschubbewegung von Werkzeug und Werkstück stattfindet.

Je nach Art des Rohteils und der gewünschten Bauteilgeometrie werden *Plan*-, *Rund*-, *Schrauben*-, *Wälz*-, *Profil*- und *Formschleifen* unterschieden. Eine weitere Eingliederung erfolgt anhand der zu bearbeitenden Werkstückseite (*Außen*-, *Innen*-), der Ausrichtung des Schleifwerkzeugs (*Umfangs*-, *Seiten*-), des Vorschubwegs (*Längs*-, *Quer*-, usw.), sowie nach anderen Merkmalen (*NC*-, *CNC*-, u. a.), siehe [Fritz und Schulze, 2008]. In Bezug auf die Geometrie der Kontaktzone zwischen Werkzeug und Werkstück lassen sich außerdem Verfahren mit *Flächen*-, *Linien*- und *Punktkontakt* voneinander abgrenzen.

Bei der Wahl des Schleifverfahrens ist es günstig, eventuell vorhandene Symmetrien des angestrebten Fertigteils auszunutzen, um möglichst wenige Maschinenachsen verwenden zu müssen. Dadurch vereinfacht sich nicht nur die Steuerung des Prozesses, sondern auch die erreichbare Genauigkeit infolge der (zahlenmäßig) reduzierten Positionierungsunsicherheiten. Zur Bearbeitung von Planflächen oder Sphären können beispielsweise großflächige, ebene bzw. sphärische Werkzeuge eingesetzt werden. In beiden Fällen existieren beliebig viele Ebenen/Achsen, zu denen eine Spiegel- und/oder Rotationssymmetrie vorliegt. Bei asphärischen Komponenten oder Freiformflächen existiert hingegen nur noch eine Symmetrie zur optischen Achse bzw. gar keine mehr. Ihre Fertigung ist daher prinzipiell aufwändiger und teurer.

Da in dieser Arbeit die Asphärenherstellung eine bedeutende Stellung einnimmt, wird sie nachfolgend genauer betrachtet.

Im Wesentlichen existieren hierfür drei Verfahrensvarianten, siehe Abbildung 2.6. Ihnen ist gemeinsam, dass zwischen Werkzeug und der Soll-Fläche des Werkstücks – symmetriebedingt – kein Flächen- oder Linien-, sondern nur ein Punktkontakt vorherrscht. Die erste Variante (*Dreh-Seiten-Schleifen*) verwendet sogenannte *Topfschleifwerkzeuge*, welche ursprünglich aus der Sphärenbearbeitung stammen und für kugelsymmetrische Profile entwickelt wurden. Der einseitige/punktweise Kontakt mit dem Bauteil ermöglicht aber auch die Fertigung von asphärischen Linsen.

In den beiden anderen Varianten kommen scheibenförmige Schleifwerkzeuge (*Schleifscheiben*) zum Einsatz. Sie unterscheiden sich in der Ausrichtung des Werkzeugs und damit in der Anzahl der zu steuernden Maschinenachsen. Während die zweite Variante (*Dreh-Umfang-Längsschleifen*) fünf rechner-gesteuerte Achsen benötigt, kommt das dritte Verfahren (*Dreh-Umfang-Querschleifen*) mit lediglich vier Achsen aus.

Die letzte Verfahrensvariante wird nachfolgend auch als *CNC-Formschleifen* bezeichnet. Aufgrund ihrer Vorteile wird sie in der industriellen Asphärenherstellung häufig eingesetzt und ist auch die experimentelle Grundlage dieser Arbeit, siehe Kapitel 4.2.2

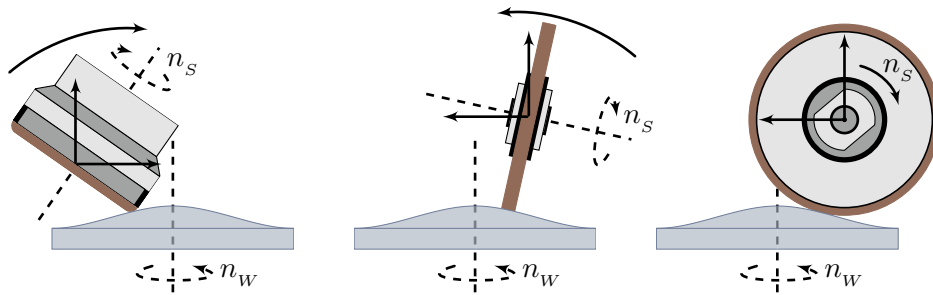


Abbildung 2.6: Schematische Darstellung der Verfahrensvarianten bei der Asphärenherstellung. Das Dreh-Seiten-Schleifen (links) und das Dreh-Umfang-Längsschleifen (mitte) benötigen fünf gesteuerte Achsen (drei Drehachsen, zwei Vorschubachsen), während das Dreh-Umfang-Querschleifen (rechts, auch CNC-Formschleifen genannt) mit vier Achsen auskommt.

und 4.3.2. Charakteristisch dafür ist, dass das Werkstück permanent um eine Achse – die spätere optische Achse – rotiert und symmetrisch zu dieser bearbeitet wird. Das ebenfalls rotierende Schleifwerkzeug bewegt sich i. Allg. vom Außenrand her entlang des gewünschten Profils nach innen, bis der Werkzeugmittelpunkt auf der Symmetrieachse liegt (Profilvorschub). Seine Ausrichtung bleibt dabei erhalten und die beiden Rotationsachsen (von Werkzeug und Werkstück) stehen immer senkrecht aufeinander. Der zu zerspanende Werkstoff trifft quer zur Richtung des Profilvorschubs auf die Schleifscheibe, so dass diese einseitig belastet wird.

Ein wesentlicher Vorteil des CNC-Formschleifens gegenüber dem Dreh-Seiten-Schleifen ist die einfachere Einsatzvorbereitung der Werkzeuge. Sie erfolgt in Abstimmung mit Zielvorgaben des jeweiligen Arbeitsganges und erfordert bei jedem Schleifverfahren eine besondere Aufmerksamkeit.

2.2.2.3 Eigenschaften und Einsatzvorbereitung der Schleifwerkzeuge

Für den Prozessablauf, den Variationsbereich der Stellparameter, sowie die erreichbare Oberflächencharakteristik beim Werkstück sind die Eigenschaften des Schleifwerkzeugs von entscheidender Bedeutung. Es stellt sich zunächst die Frage, inwiefern die Werkzeugform für das jeweilige Verfahren geeignet ist. Hierbei sind die angesprochenen Symmetrien zu beachten und eine möglichst gleichmäßige Beanspruchung der Werkzeugoberfläche anzustreben. Zusätzlich können auch davon beeinflusste Prozessgrößen, wie z. B. die Ausdehnung der wirksamen Kontaktzone, relevant sein.

Ein weiterer Gesichtspunkt betrifft den bearbeitungsbedingten Verschleiß. Sowohl die Bindung, als auch die Schleifkörner selbst unterliegen einer stetigen Abnutzung infolge der mechanischen Beanspruchung. Daraus resultiert meist eine ungünstige Veränderung des Schleifscheibenprofils, der Schneideigenschaften und des Kornüberstandes, wodurch die Qualität und Standzeit des Werkzeugs vermindert wird und definierte Arbeitsbedingungen (zunehmend) weniger gewährleistet sind. Weiterhin kann die Werkstückoberfläche

durch ansteigende Prozesskräfte, höhere Temperaturen und Kornausbrüche geschädigt werden.

Diesen Effekten lässt sich entgegenwirken, indem möglichst verschleißfreie, thermisch- und chemisch beständige, harte, sowie zähe Körner und Bindungen zum Einsatz kommen [Rickens, 2011]. Wichtige Kornwerkstoffe für die Glasbearbeitung sind *natürliche* oder *synthetische Diamanten* und *kubisches Bornitrid* (cBN), wobei letzteren eine wachsende Bedeutung zukommt [Klocke und König, 2005, Oliveira u. a., 2009]. Tabelle A.3 stellt ihre Materialeigenschaften denen anderer Schleifmittel gegenüber und in Anhang A.4 sind Aufnahmen von Schleifkörnern und Werkzeugoberflächen zusammengestellt.

In Bezug auf die Bindung unterscheidet man grundlegend solche aus *Metall*, *Keramik* oder *Kunstharz*. Neben ihrer Hauptfunktion, die Schleifkörner auch bei hohen Umfangsgeschwindigkeiten sicher zu fixieren, ist sie auch für die Freigabe derselben zu Gunsten Nachrückender verantwortlich, sofern der Kornverschleiß ein kritisches Maß übersteigt. Dieser *Selbstschärfeffekt* erfordert eine Abstimmung zwischen der Verschleißbeständigkeit der Bindung, des Kornwerkstoffs und der jeweiligen Anwendung. Nur dann ist der erforderliche Freiraum (*Spanraum*) für Kühlschmiermittel und zerspanntes Material sichergestellt.

Neben diesen Aufgaben muss die Bindung auch einen Teil der entstehenden Prozesswärme abführen. Hierbei ist die thermische Beständigkeit und der Wärmeübergangswiderstand zu den Schleifkörnern entscheidend. Aufgrund dieser Problematik werden für Diamantkörner im Allgemeinen Metallbindungen (insbesondere Bronzebindungen) eingesetzt. Sie verfügen über einen hohen Verschleißwiderstand und gute Wärmeleiteneigenschaften. Für die anderen hoch-harten Schleifmittel kommen auch Keramik- und Kunstharzbindungen zur Anwendung.

Bedingt durch den Herstellungsprozess sind die Schleifkörner in der Bindung hinsichtlich ihrer Größe, Position, Ausrichtung und Schneidengeometrie (in gewissen Grenzen) zufällig verteilt. Daher muss eine Charakterisierung der Schleifwerkzeugoberflächen anhand von Mittelwerten und Häufigkeitsverteilungen erfolgen [Hou und Komanduri, 2003, Stkiepiń, 2009].

Die wichtigsten Kenngrößen sind die mittlere Korngröße⁷ d_K und die Bindungskonzentration – sie werden u. a. in der Werkzeugbezeichnung mit aufgeführt, siehe Tabelle A.1 und A.2, sowie Kapitel 3.1.1. Für die Modellierung von Schleifprozessen können auch statistische Größen- und Lageverteilungen von Interesse sein. Beispiele hierfür sind die Konzentration C_{stat} der Kornspitzen/Schneiden pro Flächenelement (statische Schneidendichte) und die Kornbindungsüberstände Z_i^* auf der Werkzeugoberfläche. Sie sind für jeden Werkzeugtyp und Verschleißzustand charakteristisch (siehe [Nguyen und Butler, 2005, Stkiepiń, 2009, Takahashi und Funkenbusch, 2000]) und spielen, zusammen mit dem maximalen Kornbindungsüberstand Z^* , in Kapitel 4.3 eine bedeutende Rolle.

⁷Diese entspricht dem Mittelwert über die (maximalen) Durchmesser der einzelnen Schleifkörner.

Insbesondere die zuletzt genannten Kenngrößen werden durch die Einsatzvorbereitung gezielt beeinflusst. Dieser Vorgang wird auch als *Konditionieren* bezeichnet und schafft die Voraussetzungen für einen definierten Schleifprozess entsprechend der gestellten Anforderungen [Wegener u. a., 2011]. Er untergliedert sich in die Schritte *Profilieren*, *Schärfen* und *Reinigen* der Werkzeugoberfläche.

Der erste Punkt hat einen Einfluss auf die Formabweichung der erzeugten Bauteile. Zum Einen setzt die Steuerung der Maschine und die ggf. dafür nötigen Berechnungen (durch ein Steuerprogramm) die Werkzeugform und -abmessung als bekannt voraus. Zum Anderen können Rundlauffehler zu starken Maschinenschwingungen und ungleichmäßiger Belastung der Schleifscheibe und des Werkstoffes führen.

Nach dieser rein geometrischen Konditionierung wird durch den Schärfvorgang die Schleiffähigkeit des Werkzeugs verbessert oder gar wiederhergestellt. Dies geschieht sowohl durch eine Rücknahme des Bindungsniveaus (also einer Freilegung der Schleifkörner), als auch durch die Beeinflussung der Schneidengeometrien selbst. Letztere können zwischen eher scharfkantigen, spitzen und deutlich stumpferen, abgeflachten Formen variieren. Die Entscheidung darüber ist von den gewünschten Schleifeigenschaften der Körner abhängig.

Der abschließende Vorgang des Abrichtens dient dem Reinigen der Spanräume. Hier können sich Werkstoffspäne ansammeln und festhaften, so dass einzelne Schneiden, aber auch größere Areale des Spanraumes zugesetzt sind. Die daraus resultierende geringere Werkzeugschärfe würde zu einem Ansteigen der Zerspankräfte und der Reibung, sowie zu einer schlechteren Versorgung der Kontaktzone mit Kühlschmiermittel führen. Deutlich höhere thermische und mechanische Belastungen der Schleifscheibe und des Werkstücks wären die Folge.

2.2.2.4 Verfahrensgrößen und mikroskopische Wechselwirkungen

Alle Verfahrensvarianten des Schleifens basieren auf demselben physikalisch-technischen Wirkprinzip. Aus Gründen der Einheitlichkeit, Zweckmäßigkeit und Vergleichbarkeit ist die Verwendung von Verfahrensgrößen geboten, die sich allein darauf beziehen und von der konkreten Verfahrensvariante unabhängig sind. Hierbei ist es sinnvoll, zwischen *Eingangs*-, *Prozess*- und *Ergebnisgrößen*, sowie zwischen *direkt steuerbaren* und *determinierten* Größen zu unterscheiden, siehe Abbildung 2.7. Aus messtechnischer Sicht kann zudem eine Untergliederung in *direkt*, *indirekt* und *nicht-messbare* Parameter erfolgen.

Auf die Eingangsgrößen des Prozesses hat man naturgemäß den einzigen Einfluss. Sie umfassen alle Charakteristiken der verwendeten Arbeitsmittel, der zu bearbeitenden Ausgangsprodukte (Werkstoffe, Rohformen), sowie alle Stellgrößen der Prozessdurchführung (Schnitt- und Vorschubgeschwindigkeiten, Zustellungen, Drehzahlen, u. a.). Insbesondere letztere spielen für die Ergebnisse des Schleifvorgangs eine entscheidende Rolle.

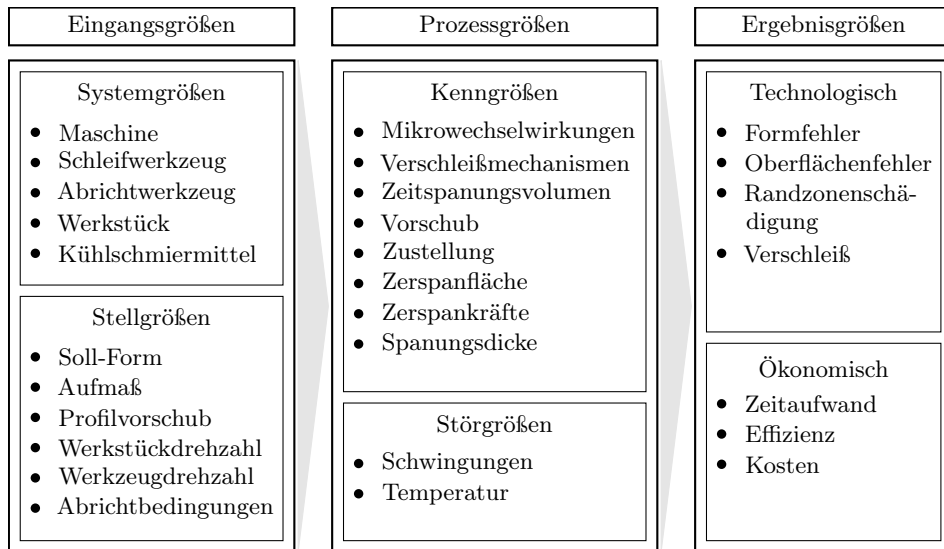


Abbildung 2.7: Schematische Darstellung der Verfahrensgrößen beim Schleifen.

Am Beginn der Prozessstufe hat das zu bearbeitende Werkstück (Rohteil oder Halbfertigteil) die *Ist-Form* $\vec{z}_i(\vec{\rho})$, welche i. Allg. eine unsymmetrische, zweidimensionale Fläche mit variablem Außenrand $\partial\vec{z}_i$ (Werkstückrand) darstellt⁸. Ziel des Arbeitsganges ist eine möglichst gute Annäherung an das durch die *Soll-Form* $\vec{z}_s(\vec{\rho})$ definierte Zwischenprodukt. Das Profil $\vec{z}_s(\vec{\rho})$ ist dabei rein mathematisch definiert und liegt zunächst innerhalb des Werkstücks bzw. unterhalb der Soll-Form.

Die Höhendifferenz zwischen $\vec{z}_i(\vec{\rho})$ und $\vec{z}_s(\vec{\rho})$ ist das ortsabhängige Aufmaß z , welches mit Hilfe eines einzigen oder mehrerer, aufeinander folgender Schleifvorgänge sukzessive abgetrennt wird. Da im zweiten Fall jedoch auch nur separate/individuelle Schleifdurchgänge vorliegen, beziehen sich nachfolgend alle Prozessgrößen (insbesondere $\vec{z}_i(\vec{\rho})$, $\vec{z}_s(\vec{\rho})$ und z) allein auf solche einzelnen Zyklen. Ausnahmen von dieser Regel sind explizit benannt oder ergeben sich eindeutig aus dem Kontext.

Für den Fall des CNC-Formschleifens sind die genannten Größen in Abbildung 2.8 aufgeführt. Es ist zu beachten, dass aufgrund von Schädigungen, Fertigungstoleranzen und weiterer Prozessschritte (z. B. Zentrieren) der Bauteildurchmesser d_w im Laufe des Herstellungsprozesses reduziert wird. Daher kann der Rand $\partial\vec{z}_s$ auch „kleiner“ (geringerer Abstand zur Werkstückmitte) als $\partial\vec{z}_i$ sein. Formmessungen werden aus diesem Grund oft nicht über das gesamte Bauteil, sondern nur auf der später optisch wirksamen Fläche durchgeführt.

⁸Der Ortsvektor \vec{r} bezeichnet allgemein ein Koordinatentupel (Vektor) im dreidimensionalen Raum. Für Größen, die selbst eine Höheninformation beinhalten (wie $\vec{z}_i(\vec{\rho})$), bedeutet $\vec{\rho}$ das Koordinatenpaar in einer Ebene, z. B. $\{x, y\}$ oder $\{r, \varphi\}$.

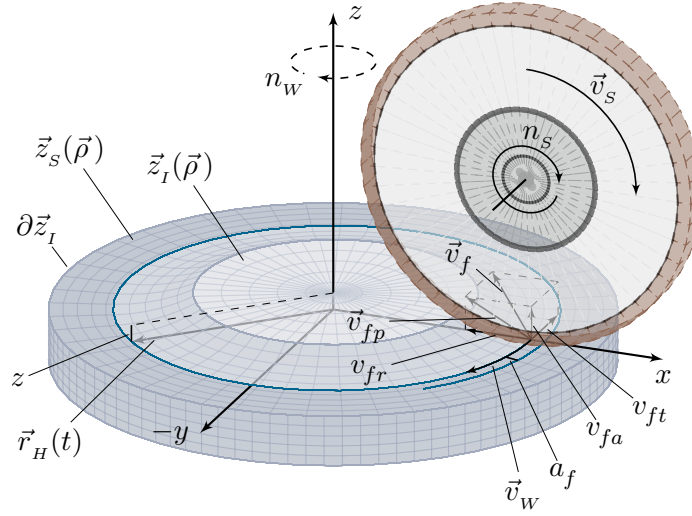


Abbildung 2.8: Schematische Darstellung der makroskopischen Prozessgrößen am Beispiel des CNC-Formschleifens. Der Kontaktpunkt befindet sich unterhalb des Werkzeugs und bewegt sich auf der Spiralbahn $\vec{r}_H(t)$ relativ zur Werkstückoberfläche in Richtung der z -Achse. Die Differenz zwischen Ist-Form $\vec{z}_I(\vec{\rho})$ und Soll-Form $\vec{z}_S(\vec{\rho})$ ist das (ortsabhängige) Aufmaß z . Die Vorschubgeschwindigkeit \vec{v}_f resultiert aus der Werkstück-Umfangsgeschwindigkeit \vec{v}_w und der Profilgeschwindigkeit \vec{v}_{fp} am Aufsetzpunkt. Man beachte, dass \vec{v}_w hier im Maschinenkoordinatensystem und \vec{v}_f im Werkstückkoordinatensystem dargestellt wird.

Die für den Abtrennvorgang nötige Wirkgeschwindigkeit entsteht durch eine Überlagerung mehrerer Einzelgeschwindigkeiten.⁹ Zum Einen rotiert das Schleifwerkzeug mit der Werkzeugspindel-Drehzahl n_s , woraus – mit dem Werkzeugdurchmesser d_s – die zugehörige Umfangsgeschwindigkeit \vec{v}_s (Schnittgeschwindigkeit) folgt. Bei einer rotationssymmetrischen Bearbeitung des Bauteils wird dieses zusätzlich mit der Frequenz n_w (Werkstückspindel-Drehzahl bzgl. des Maschinenkoordinatensystems) gedreht. Anhand seines Durchmessers d_w ergibt sich dann die ortsabhängige Werkstück-Umfangsgeschwindigkeit¹⁰ \vec{v}_w .

Weiterhin findet eine Vorschubbewegung des Werkzeugs relativ zur Soll-Form (des Profils) mit der Geschwindigkeit \vec{v}_{fp} (Profilgeschwindigkeit) statt. Die Kombination aus \vec{v}_w und \vec{v}_{fp} ist die (werkstückbezogene) Vorschubgeschwindigkeit \vec{v}_f , sie kann in eine radiale (v_{fr}), tangential (v_{ft}) und axiale (v_{fa}) Komponente zerlegt werden. Die Summe von \vec{v}_s und \vec{v}_f ist schlussendlich die Wirkgeschwindigkeit \vec{v}_e – sie entspricht der tatsächlichen

⁹Für die theoretischen Betrachtungen werden ein *maschinenbezogenes* und ein *werkstückbezogenes* Koordinatensystem verwendet. Sofern nicht anders vereinbart, erfolgen Geschwindigkeitsangaben im Werkstückkoordinatensystem.

¹⁰Im Maschinenkoordinatensystem rotiert das Werkstück, während es im Werkstückkoordinatensystem ruht. In Bezug auf den zweiten Fall wird die Rotationsbewegung dann vom Werkzeug ausgeführt (ebenfalls mit \vec{v}_w bezeichnet). Beim Wechsel zwischen den Systemen ist zu beachten, dass das Vorzeichen von \vec{v}_w geändert wird. Alle weiteren Größen bleiben unberührt.

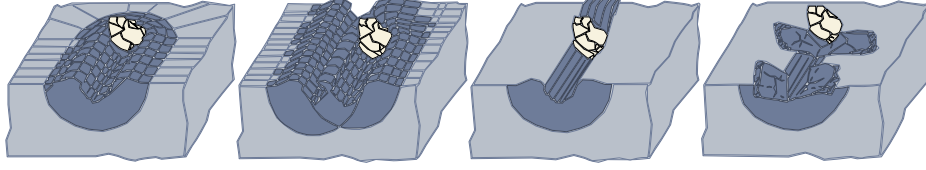


Abbildung 2.10: Schematische Darstellung der Mikrowechselwirkungen beim Schleifen nach Klocke und König [2005]. Die vier Phasen bestehen aus dem Mikrofurchen (erste Grafik), dem Mikropflügen (zweite Grafik), dem Mikrospanen (dritte Grafik) und der Mikrorissbildung (vierte Grafik), welche beim Schleifprozess in unterschiedlichem Maße gleichzeitig auftreten (in Abhängigkeit vom Abtrennmodus).

Der eigentliche Abtrennvorgang erfolgt auf der Zerspanfläche A_H (Kontaktfläche) zwischen Werkzeug und Werkstoff durch eine Vielzahl gleichzeitig in Eingriff kommender Schneiden. Die Anzahl dieser *kinematischen Schneiden* ist N_{kin} und ihre individuelle Spanungsdicke (Eindringtiefe) wird mit $h_{cu,i}$ angegeben.¹¹ Sie sind ein Teil der auf dem Werkzeugumfang verfügbaren Körner, so dass ihnen auch eine Häufigkeitsverteilung C_{kin} (kinematische Schneidendichte oder *Kornspitzenverteilung*) mit $C_{kin} \subseteq C_{stat}$ zugeordnet werden kann.

Jedes einzelne Schleifkorn dringt auf einer gewissen Länge (kinematische Kontaktlänge l_k) in den Werkstoff ein und deformiert ihn dabei – von $h_{cu,i}$ abhängig – *elastisch*, *plastisch* oder durch *Rissbildung*. Für die letzten beiden Abtrennmechanismen ist eine Mindest-Eindringtiefe T_μ (Schnitteinsatztiefe) notwendig, unterhalb derer kein Abtrennvorgang stattfindet. Dadurch ist die tatsächliche, effektive Spanungsdicke der Schneide entsprechend verkleinert:

$$h_{cu,eff,i} = h_{cu,i} - T_\mu. \quad (2.9)$$

Der Winkel, welchen die Kornspitzen (im Mittel) zur Werkstoffoberfläche einnehmen, ist der *Spanwinkel* γ . Er ist ein Maß für die Schärfe der Schneide und beeinflusst den Abtrennvorgang und die auftretende Schnittkraft. Letztere wird mit $\vec{F}_{c,i}$ bezeichnet und kann, bezüglich der Wirkbewegung, in eine tangential ($F_{ct,i}$) und eine normale ($F_{cn,i}$) Komponente zerlegen. Die Summe aller einzelnen (mikroskopischen) Schnittkräfte auf der Zerspanfläche ist die (makroskopische) Schleif- bzw. Zerspankraft \vec{F}_w :

$$\vec{F}_{c,i} = \{F_{ct,i}, 0, F_{cn,i}\} \quad (2.10)$$

$$\vec{F}_w = \sum_{i=1}^{N_{kin}} \vec{F}_{c,i}. \quad (2.11)$$

Abbildung 2.9 zeigt die wesentlichen mikroskopischen Größen.

¹¹Nachfolgend werden alle Größen, welche sich auf einzelne Körner beziehen, mit einem tiefgestellten i (per Komma getrennt) angegeben.

Beim Schleifprozess definiert sich die wirksame Seite der Körner (mit welcher sie das Material abtrennen) erst durch ihre Schnittbewegung. Es entstehen lokale Spannungszonen mit erhöhter Temperatur und überlagerten Scher- und Druckspannungen. Das Verhältnis dieser Kraftdichten zueinander hängt maßgeblich von der Schneidengeometrie ab, so dass für stumpfe, abgerundete oder abgeflachte Körner mit stark negativem Spanwinkel die Druckspannungen einen höheren Anteil aufweisen [Rickens, 2011].

Als Folge der Schnittkräfte wird der Werkstoff zunächst elastisch, dann plastisch (duktil mit oder ohne Spanbildung) und anschließend per Riss-Induzierung (Sprödbbruch) verformt, was als *Mikrofurchen*, *Mikropflügen*, *Mikrospanen* und *Mikrorissbildung* bezeichnet wird. Welcher dieser Mechanismen überwiegt, hängt neben den Materialparametern Bruchzähigkeit, Härte und Elastizitätsmodul auch von den Spannungszuständen, der Wirk- bzw. Verformungsgeschwindigkeit, der Spannungsdicke, der Temperatur und chemischen Einflüssen, wie z. B. der Art der Molekülbindungen, ab [Demirci u. a., 2008, 2010, Edwards und Hed, 1987, Gu u. a., 2011, Lambropoulos u. a., 1996]. Als Voraussetzung für den duktilen Abtrennvorgang werden nach derzeitigem Kenntnisstand ein stark negativer Spanwinkel und sehr kleine Spannungsdicken angesehen [Alao und Konneh, 2012, Arif u. a., 2011a, Liu u. a., 2007]. In Abbildung 2.10 sind die Vorgänge schematisch dargestellt und in Anhang A.6 befinden sich Aufnahmen geschliffener Oberflächen.

Aus Untersuchungen ist bekannt, dass erhöhte Druckspannungen und Temperaturen plastisches Verhalten bedingen bzw. fördern [Rickens, 2011]. In Bezug auf die Spannungsdicke haben die Arbeiten von Bifano u. a. [1991] folgende Abhängigkeit für die Grenze $h_{cu,krit}$ zwischen duktilem (rein plastisch-elastischem) und sprödem Abtrennmodus nachgewiesen:

$$h_{cu,krit} \propto \left(\frac{E}{H} \right) \left(\frac{K_c}{H} \right)^2. \quad (2.12)$$

Dieser Zusammenhang liefert allerdings erst mit einem materialabhängigen Vorfaktor richtige Werte und ist daher in seiner Aussagekraft stark eingeschränkt [Liu u. a., 2007, Venkatesh u. a., 2003]. Je nach Werkstoff liegt die kritische Spannungsdicke bei wenigen hundert nm und mehreren μm [Dambon, 2010].

Daneben existiert eine Abschätzung der maximalen Spannungsdicke für Einzelkörner $h_{cu,max}$ in Abhängigkeit von den Umfangsgeschwindigkeiten des Werkstücks \vec{v}_w und der Schleifscheibe \vec{v}_s , dem Schleifscheibendurchmesser d_s , der Zustellung a_e , sowie der statischen Schneiddichte C_{stat} und empirischen Parametern α, β, γ [Klocke und König, 2005]:

$$h_{cu,max} \propto \left(\frac{1}{C_{stat}} \right)^\alpha \cdot \left(\frac{\vec{v}_w}{\vec{v}_s} \right)^\beta \left(\frac{a_e}{d_s} \right)^\gamma. \quad (2.13)$$

Derartige Ansätze werden jedoch erst für bestimmte Prozessparameter und Modellvorstellungen gebildet bzw. konkretisiert, wodurch die praktische Einsetzbarkeit unter flexiblen Bedingungen ebenfalls starken Beschränkungen unterliegt [Rickens, 2011].

Ein wesentlicher Unterschied zwischen den plastischen und den riss-induzierten Wechselwirkungen betrifft die Schädigung und Rauheit der Werkstück-Randzone. Sofern das Material nicht duktil abgetrennt wird, breiten sich darin laterale und mediale Risse aus [Lee, 2011, Yu u. a., 2011]. Erstere sind für den spröden Abtrennmodus entscheidend, da sie wieder zur Oberfläche durchdringen und größere Späne bzw. Schollen erzeugen. Die medialen Risse (Tiefenrisse) sorgen hingegen für einen bleibenden Schaden in der Randzone, welcher durch nachfolgende, feinere Schleif- oder Poliervorgänge zeitaufwändig reduziert werden muss. Die Tiefe, Ausbreitungsrichtung und Quantität dieser Brüche im Werkstoff hängen signifikant von den Scher- und Druckspannungen ab, insbesondere von deren örtlicher Verteilung und Proportion [Arif u. a., 2011b, Chiaia, 2001, Chiu u. a., 2001]. Auf letztere und auf die Oberflächenrauheit haben auch der Bindungstyp und das verwendete Kühlschmiermittel einen Einfluss [Demirci u. a., 2010, Lee und Baek, 2007, Zhong und Liu, 2005]. In Anhang A.7 sind exemplarisch Tiefenrisse in N-BK7 Glas nach einem Schleifzyklus gezeigt.

Der wesentliche Vorteil duktiler Bearbeitung ist, dass derartige Schädigungen nicht auftreten und teilweise sogar auf den Poliervorgang verzichtet werden kann [Zhong, 2003]. Die Forschungen der letzten Jahre lassen sie als zukunftsweisend und für die Anwendung im industriellen Maßstab (zur Fertigbearbeitung) geeignet erscheinen [Di Luzio u. a., 2007, Neo u. a., 2012, Shimada u. a., 1995, Zhong, 2003]. Der Nachteil besteht in den sehr kleinen Spannungsdicken $h_{cu,i} \leq h_{cu,krit}$, wodurch nur geringe Zeitspannungsvolumina erreichbar sind und die Anforderungen an die Zustellgenauigkeiten der Schleifmaschinen und die Konditionierung der Werkzeuge stark ansteigen [Koch, 1991, Neo u. a., 2012].

Um die Wirksamkeit einer Schneide beim Abtrennvorgang zu beschreiben, wird ihr eine Spannungsbreite $b_{cu,i}$ und ein Spanungsquerschnitt $A_{cu,i}$ zugeordnet, welcher i. Allg. von $h_{cu,i}$ und der mittleren Korngröße d_K abhängt. Die Einzelbeiträge $A_{cu,i}$ aller Körner ergeben den Gesamt-Spanungsquerschnitt $A_{cu,ges}$ nach

$$A_{cu,ges} = \sum_{i=1}^{N_{kin}} A_{cu,i}. \quad (2.14)$$

Das vom Werkzeug geleistete Zeitspannungsvolumen Q_w entspricht (im Gleichgewichtszustand) dem oben diskutierten geometrischen Volumenstrom \dot{V}_w und hat einen linearen Zusammenhang zu $A_{cu,ges}$ und \vec{v}_e :

$$Q_w = |\vec{v}_e| \cdot A_{cu,ges} = |\vec{v}_e| \cdot \sum_{i=1}^{N_{kin}} A_{cu,i}. \quad (2.15)$$

Die Anzahl der kinematischen Schneiden folgt aus der statischen Schneidendichte C_{stat} , dem maximalen Kornbindungsüberstand Z^* und den einzelnen Spannungsdicken $h_{cu,i}$. Ihre Auswirkung auf den Schleifprozess und die Verbindung zu $A_{cu,ges}$ wird bei der Erarbeitung des Modells des Kräftegleichgewichts in Kapitel 4.3 genauer betrachtet.

Spezielle Prozessgrößen, wie z. B. die Steifigkeit der Anordnung aus Werkstück- und Werkzeugspindel, werden ebenfalls erst dort eingeführt.

2.3 Modellierung von Schleifprozessen

2.3.1 Grundlegende Herangehensweisen

Fertigungssysteme bestehen im Allgemeinen aus einer Vielzahl zusammen wirkender, mechanischer und elektronischer Komponenten, wodurch sie zu den *mechatronischen Systemen* zählen. Charakteristisch für diese ist die elektronische Steuerung und Überwachung der für den jeweiligen Prozess notwendigen mechanischen Arbeitsmittel. Hierbei werden Informationen extern vorgegeben oder zusätzlich während der Ausführung generiert und von Steuer- bzw. Regelungsalgorithmen verwendet. Für die Informationsgewinnung im Prozess kommen Sensoren für z. B. Kräfte, Positionen, Spannungen, usw. oder Messsysteme, wie z. B. für Formmessungen, zum Einsatz.

In den hier betrachteten Schleifmaschinen für optische Funktionsflächen sind die wesentlichen mechanischen Elemente: Das Grundgestell, die Kreuztische zur Werkzeugbewegung, die Werkstück- und Werkzeugspindeln inklusive der jeweiligen Lager, sowie die Stell- und Spindelmotoren. Als umfassende elektronische Komponente kommt die CNC-Steuerung in Betracht, welche sich aus einem Rechner und zahlreichen Sensoren (z. B. Wegmesssystemen), zusammensetzt.

Die Modellierung eines solch komplexen Fertigungssystems hat die Aufgabe, Aussagen über bestimmte Prozess- und Ergebnisgrößen in Abhängigkeit von veränderbaren Vorgaben zu tätigen, um definiert und zielgerichtet auf die Steuer- bzw. Regelungsalgorithmen und deren Parameter Einfluss nehmen zu können. Damit sollen die Systeme vorab, d. h. im günstigsten Fall schon während der Entwicklung oder vor der Inbetriebnahme, besser verstanden und optimiert werden, so dass teure, material- und zeitaufwändige Versuchsphasen verkürzt werden können.

Selbst im Nachhinein, d. h. während des laufenden Betriebs, sind derartige Untersuchungen sinnvoll, um eine effektivere Nutzung der Technik, mit den damit verbundenen Produktionssteigerungen und Kostensenkungen, zu ermöglichen. Auch die Steigerung der Qualität und Umweltverträglichkeit, sowie die Entkopplung der Prozesssteuerung von den individuellen Erfahrungen des jeweiligen Maschinenbedieners stellen einen zuneh-

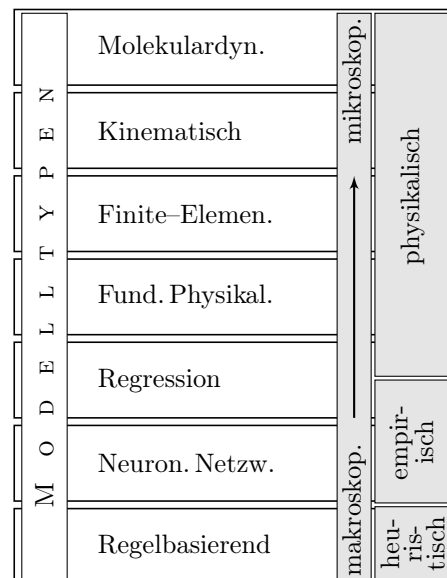


Abbildung 2.11: Auflistung der einzelnen Modelltypen und ihrer grundlegenden Eigenschaften, nach Brinksmeier u. a. [2006].

menden Schwerpunkt der Entwicklung dar [Fritz und Schulze, 2008, Tönshoff u. a., 1992]. Die sich ergebenden Vorteile sind der Grund dafür, dass schon seit einigen Jahrzehnten intensiv auf dem Gebiet der Modellierung und Simulation von Fertigungssystemen geforscht wird und die Wichtigkeit solcher Strategien in der gesamten Fertigungstechnik zunimmt [Brinksmeier u. a., 2006, Li und Rong, 2011, Oliveira u. a., 2009].

In Bezug auf Abtrenn- und Schleifprozesse lassen sich nach Brinksmeier u. a. [2006] sieben grundlegende Modelltypen unterscheiden:

Molekulardynamische, kinematische, fundamental physikalische und regelbasierende Modelle, sowie FEM-Methoden, Regressionsverfahren und künstliche neuronale Netzwerke. Je nach wissenschaftlicher Herangehensweise und Zielstellung kann eine Kategorisierung in *physikalische, empirische* bzw. *heuristische* oder in *mikroskopische und makroskopische* Ansätze erfolgen, siehe Abbildung 2.11. Sie sind in unterschiedlicher Weise dafür geeignet, Aussagen über die Prozess- und Ergebnisgrößen zu liefern oder auf andere Anwendungen und Effekte erweitert zu werden. Hierfür spielen insbesondere die benötigte Rechenleistung, sowie der Aufwand zur Messung (Umfang und Schwierigkeit) und Auswertung der experimentellen Daten eine entscheidende Rolle.

Um über die Eignung und Anwendbarkeit der einzelnen Methoden für die eingesetzte Verfahrensvariante entscheiden zu können, ist es zunächst notwendig, die Zielstellungen und Anforderungen an das Modell zu definieren. Anschließend kann eine Gewichtung und Abwägung der verschiedenen Kriterien erfolgen und der geeignetste Ansatz bestimmt werden. Für das verwendete CNC-Formschleifen gilt – nach Ansicht des Autors – folgende Rangfolge:

1. Eine *Beschreibung des Gesamtprozesses*, um diesen gezielt und in Abhängigkeit von den Eingangsgrößen (siehe Tabelle 2.7) und eventuellen Rand- und Nebenbedingungen steuern zu können.
2. Eine für die industrielle Anwendung *akzeptable Rechenzeit*, welche es erlaubt, den Gesamtprozess kurz vor der eigentlichen Durchführung (ggf. mehrmals) zu simulieren und auf die Einhaltung der Vorgaben (z. B. Nebenbedingungen) zu überprüfen.
3. Eine *hohe Flexibilität/Übertragbarkeit* hinsichtlich verschiedener Bauteilformen und Werkstoffe, sowie unterschiedlicher Maschinen und Schleifwerkzeuge, ohne das Modell erneut anpassen und validieren zu müssen.
4. Eine *Aussagekraft über zentrale Prozessgrößen* („innere Größen“ – siehe Tabelle 2.7), um die Vorgänge und Mechanismen während des Schleifzyklus erfassen, überwachen und Aussagen daraus ableiten zu können.
5. Eine problemlose *Erweiterbarkeit/Anpassbarkeit* auf neue Effekte oder Zielstellungen, ohne den grundlegenden Ansatz abändern zu müssen.

6. Ein *vertretbarer experimenteller Aufwand*, sofern die Einbeziehung neuer Wechselwirkungen oder die Übertragung auf andere Verfahrensvarianten weitere Messdaten erfordert.

Diese Kriterien dienen nachfolgend als Bewertungsgrundlage für die genannten Modelltypen, wobei sich die Darstellung an der Arbeit von Brinksmeier u. a. [2006] orientiert. Tabelle 2.1 zeigt dann eine Zusammenfassung der Ergebnisse.

Die elementarste Beschreibung der Vorgänge beim Schleifen stellen die molekulardynamischen Modelle dar. Sie simulieren die Mikrowechselwirkungen (siehe Abbildung 2.10) zwischen einzelnen Körnern und der Werkstückoberfläche auf atomarer Ebene. Da der Rechenaufwand selbst bei kleinen Problemgrößen schnell einige hundert Stunden übersteigt, sind sie nicht geeignet, den gesamten Schleifprozess zu erfassen. Hinzu kommt, dass die Materialgesetze auf dieser mikroskopischen Ebene i. Allg. nicht genau bekannt und nur schwer experimentell überprüfbar sind. Diesen Nachteilen steht der Vorteil einer guten Übertragbarkeit/Erweiterbarkeit und Aussagekraft über innere Größen entgegen.

Die nächst höhere Abstraktionsstufe bilden die kinematischen Modelle. Sie können in basis-kinematische und geometrisch-kinematische Ansätze unterteilt werden und haben i. Allg. das Ziel, Aussagen über Rauheiten und Schnittkräfte aus den Größen- und Häufigkeitsverteilungen der Schleifkörner abzuleiten. Während die erste Variante ihre Ergebnisse hauptsächlich aus Verteilungsfunktionen berechnet, simuliert die Zweite den Abtrennvorgang zusätzlich dreidimensional mit Unterstützung durch FEM-Methoden. Beide Varianten sind zwar gut übertragbar/erweiterbar und beschreiben die inneren Größen (vor allem Schnittkräfte) sehr gut, erfassen jedoch nicht alle für den Schleifprozess wichtigen Wechselwirkungen. Ein weiterer Nachteil der geometrisch-kinematischen Ansätze ist, dass sie sehr rechenintensiv (mehrere Stunden) und schlecht experimentell überprüfbar sind.

Die FEM-Methoden stellen die erste Möglichkeit dar, die Maschinen-Werkstück-Wechselwirkung in ihrer Gesamtheit zu erfassen. Sie sind in der Lage, sowohl mikroskopische als auch makroskopische Vorgänge gleichzeitig zu simulieren und dahingehend realitätsnahe Aussagen zu liefern. Die Übertragbarkeit bzw. Erweiterbarkeit ist sehr gut, und auch der experimentelle Aufwand ist angemessen. Hauptnachteil dieser Ansätze ist ihr Rechenaufwand, welcher mit zunehmendem Simulationsumfang stark ansteigt und leicht viele Stunden oder Tage betragen kann. Außerdem sind die Ergebnisse nur für den jeweiligen Fall gültig,¹² so dass andere Konfigurationen entweder neu berechnet werden müssen, oder nur tendenzielle Aussagen darüber möglich sind. Des Weiteren stehen die Materialgesetze in dem benötigten, großen Parameterbereich meist nicht vollständig zur Verfügung.

¹²Dies betrifft alle Simulationen, bei denen die Resultate von expliziten/individuellen Vorgaben (z. B. Korngeometrien) abhängen. Daher gilt diese Aussage auch bei molekulardynamischen und geometrisch-kinematischen Modellen.

In Bezug auf die bisher vorgestellten Ansätze verfügen die fundamental physikalischen Modelle über die größte Flexibilität und Bandbreite. Sie können den Gesamtprozess anhand von physikalisch abstrahierten Größen (z. B. Energien, Kraftdichten, usw.) beschreiben und dahingehend sehr gute Aussagen liefern. Sofern die Beschreibung auf grundlegenden Prozessgrößen aufgebaut wird, ist auch die Übertragbarkeit/Erweiterbarkeit als gut anzusehen. Hinsichtlich der Rechenzeit sind sie i. Allg. deutlich besser als die molekulardynamischen oder FEM-Methoden. Als Nachteil stellt sich die Tatsache heraus, dass die Ergebnisse allein von den erfassten Wechselwirkungen determiniert werden und daher unzureichend sein können.¹³ Der für eine Erweiterung des Ansatzes notwendige experimentelle Aufwand kann ebenfalls erhöht sein.

Im Gegensatz zu allen bislang erläuterten Ansätzen basieren Regressionsmodelle nicht mehr auf einer analytischen, sondern einer rein empirischen Beschreibung. Sie stellen eine Verbindung zwischen den Eingabe- und Ergebnisgrößen des gesamten Prozesses her, ohne die einzelnen Wechselwirkungen und Prozessgrößen zu formulieren. Der Vorteil dieser Strategie ist, dass die Einflüsse sämtlicher Vorgänge während des Schleifens erfasst werden und, sofern das Modell angepasst ist, sehr gute Vorhersagen der Ergebnisse möglich sind. Des Weiteren sind sie überaus einfach auf andere Effekte erweiterbar und erfordern nur einen sehr geringen Rechenaufwand. Diese Vorteile stellen sich aber zugleich als entscheidende Nachteile heraus. Die Übertragbarkeit (des angepassten Modells) ist sehr schlecht und mit einem hohen experimentellen Aufwand verbunden. Auch sind keinerlei Aussagen über innere Größen möglich.

Die künstlichen neuronalen Netzwerke besitzen im Wesentlichen die selben Eigenschaften wie die Regressionsmodelle. Der Unterschied liegt in der mathematischen Beschreibung und der Anpassung an den Prozess. Während Regressionsverfahren mit stochastischen Algorithmen arbeiten, werden neuronale Netze auf unterschiedliche Weise angelernet. Hierbei ist die Qualität der Eingabedaten von hoher Wichtigkeit und es können auch nicht-numerischen Daten (z. B. Typ des Kühlschmiermittels, u. a.) verarbeitet werden.

Den letzten Modelltyp stellen die regelbasierenden Ansätze dar. Sie verfolgen einen heuristischen, auf logischen Regeln (meist Fuzzy-Logik) basierenden Weg, um die Resultate des Schleifprozesses zu beschreiben. Ihre Grundlage ist eine Fakten- und Regelbasis, welche stark an menschliche Denkmuster angepasst sein kann und auch unvollständige oder nicht-numerische Eingaben behandelt. Sie sind ebenfalls nicht rechenintensiv und mit mittelmäßigem Aufwand übertragbar bzw. erweiterbar. Ihr Nachteil besteht darin, dass sie keine Aussagen über Prozessgrößen ermöglichen und ihre Regeln vergleichsweise aufwändig und sehr sorgfältig formuliert werden müssen.

¹³Dies trifft auf alle Modelle zu, welche eine physikalische Beschreibung zur Grundlage haben. Insbesondere gilt es auch für molekulardynamische, geometrisch-kinematische und FEM-Ansätze.

Alle vorgestellten Modellansätze werden – im Rahmen ihrer Möglichkeiten – in der aktuellen Forschung und Entwicklung zu Schleifprozessen eingesetzt. Insbesondere sind basis-kinematische Modelle zur Ableitung der Spannungsdicke, der Zerspankraft und der Oberflächenrauheit weit verbreitet, siehe [Hecker u. a., 2007, Hou und Komanduri, 2003, Inasaki, 1996, Stkiepiń, 2009]. Dank der steigenden Rechenleistung nimmt aber auch die Häufigkeit der durch FEM-Simulationen gestützten Ansätze zu [Brinksmeier u. a., 2006]. Sie dienen zur Bestimmung von Schnittkräften und zur Berechnung von elastischen Deformationen oder Wärmeleitungsproblemen, siehe [Aurich u. a., 2009, Warnecke und Zitt, 1998]. Der hohe Rechenaufwand stellt für die Simulation des Gesamtprozesses jedoch immer noch ein erhebliches Problem dar. Daher sind die fundamental physikalische Modelle (von allen nicht rein empirischen Ansätzen) nach wie vor am besten geeignet, verschiedene Aspekte des Schleifvorgangs zu berücksichtigen und zu beschreiben. In den meisten Fällen werden sie allerdings nur auf Teilprobleme und nicht auf den gesamten Schleifprozess angewandt, siehe z. B. [Chen und Brian Rowe, 1996, Chiaia, 2001, Franse, 1991, Huang und Gao, 2010, Tang u. a., 2009]. Für letzteres existieren einige theoretische Konzepte (Frameworks) in Form von Ablaufdiagrammen, aber keine durchgängig analytischen Rechnungen, siehe z. B. [Li und Rong, 2011, Tönshoff u. a., 1992, Warnecke und Zitt, 1998].

Aufgrund der Tatsache, dass empirische Methoden sehr gute Vorhersagen liefern können, werden auch Regressionsmodelle häufig verwendet. Ihr Vorteil besteht in der Verbindung beliebiger Eingangs- und Ergebnisgrößen. Typische Anwendungen sind die Beschreibung von Schnittkräften, Verschleißmechanismen (Werkzeuge) oder Rauheiten [Gerent, 2001, Osterhaus, 1994, Rickens, 2011]. Im Gegensatz dazu werden neuronale Netzwerke und regelbasierende Ansätze meist nicht isoliert, sondern in Kombination mit anderen Modellen eingesetzt. Dadurch lassen sich die unterschiedlichen Vorteile verbinden und deutlich effektivere Prozessbeschreibungen finden [Brinksmeier u. a., 2006]. Beispiele hierfür sind die Arbeiten Brinksmeier u. a. [1998], Deiab und Veldhuis [2007] und Lee und Shin [2000].

Modelltyp	Kriterien					
	Gesamt-prozess	Rechen-aufwand	Übertrag-barkeit	Prozess-größen	Erweiter-barkeit	exper. Aufwand
Molekulardyn.	○	○	●	⊖	⊖	○
Kinematisch	⊖	●	●	⊖	⊖	⊖
Finite-Element.	●	○	●	●	●	○
Fund. Physikal.	●	⊖	●	●	●	⊖
Regression	●	●	○	○	●	○
Neuron. Netzw.	●	●	○	○	●	○
Regelbasierend	●	●	⊖	○	●	⊖

Tabelle 2.1: Bewertung der einzelnen Modelltypen anhand der definierten Kriterien. Die Symbole deuten die prinzipielle Eignung/Leistungsfähigkeit des jeweiligen Modelltyps an: gut (●), mittelmäßig (⊖) oder schlecht (○). Ein fundamental physikalischer Ansatz eignet sich für die gegebene Problemstellung am besten.

Aus den bisherigen Darstellungen kann nun der Modelltyp abgeleitet werden, welcher für das eingesetzte CNC-Formschleifen optimal ist, siehe Abbildung 2.1:

Da sowohl die Beschreibung des Gesamtprozesses, als auch eine niedrige Rechenzeit die ausschlaggebenden Kriterien sind, scheiden die molekulardynamischen, kinematischen und durch FEM-Simulationen gestützten Modelle aus. Sie sind entweder zu rechenintensiv oder auf einen zu engen Bereich der Wechselwirkungen beschränkt. Hinsichtlich der problemlosen Übertragbarkeit auf andere Bauteilformen, Werkstoffe, Werkzeuge usw. sind hingegen alle rein empirischen Ansätze als ungenügend zu bezeichnen. Sie setzen einen hohen experimentellen Aufwand voraus und liefern keinerlei Aussagen über innere Prozessgrößen, so dass eine Überwachung des Schleifvorgangs unmöglich ist.

In der Konsequenz kann nur ein fundamental physikalisches Modell die geforderten Bedingungen erfüllen. Es ist in der Lage, den Gesamtprozess und die Prozessgrößen mit einem niedrigen Rechenaufwand zu beschreiben und mit einem akzeptablen experimentellen Einsatz überragen und erweitert zu werden. Seine Möglichkeiten und Methoden werden im nachfolgenden Kapitel genauer dargestellt.

2.3.2 Fundamental physikalische Ansätze

Die Formulierung fundamental physikalischer Ansätze wird, unabhängig von der konkreten Anordnung, in vier wesentlichen Schritten erreicht, siehe Abbildung 2.12. Zunächst ist die Frage danach zu beantworten, auf welche Ergebnisgrößen das Modell ausgerichtet werden soll, d. h. *welche Abhängigkeiten und Zielstellungen* von zentralem Interesse sind. Ausgehend von der Funktionsweise des jeweiligen Fertigungssystems müssen dann die damit im Zusammenhang stehenden physikalischen und technischen Wechselwirkungen (Prozessgrößen) erfasst und die zu steuernden/regelnden Größen (Stellgrößen) identifiziert werden. Hierbei sind physikalische Gesetzmäßigkeiten, wie Kraft- bzw. Drehmomentgleichgewichte und Impuls-, Drehimpuls-, Energie-, Ladungserhaltung oder die Gleichungen der Elektrodynamik, Thermodynamik, Elastizitätstheorie und Kontinuumsmechanik usw. grundlegend.

Als Ergebnis dieses Vorgangs ergibt sich ein *physikalisches Modell*, welches immer mit Annahmen und Voraussetzungen verbunden ist. Abhängig von der geforderten Genauigkeit und den zur Verfügung stehenden Messinstrumenten bzw. Informationsquellen, sowie der Wichtigkeit einzelner Wechselwirkungen für das Resultat, ist die Beschreibung bestimmter Effekte nur vereinfacht und eingeschränkt oder gar nicht möglich bzw. sinnvoll. Auch die Höhe des Rechenaufwandes ist zu berücksichtigen und insbesondere für Echtzeitanwendungen – wie z. B. Regelungen – von Bedeutung.

Derartige Fragestellungen spielen beispielsweise im Zusammenhang mit Elastizitätsproblemen häufig eine Rolle. Eine Werkzeugspindel kann so als rein statisch angenommen oder durch einen einfachen linearen Kraft-Auslenkungs-Ansatz modelliert werden. Aber auch eine aufwändige hochdynamische Beschreibung der Drehung und FEM-Simulationen sind denkbar.

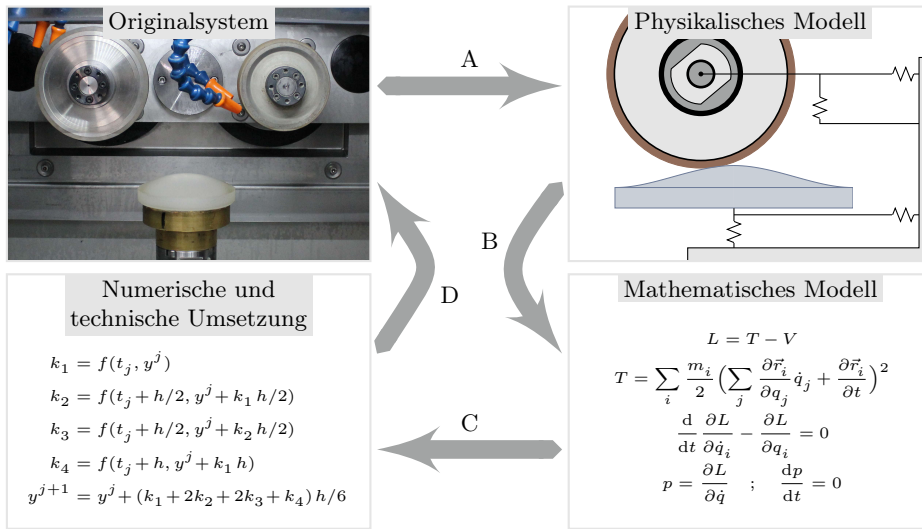


Abbildung 2.12: Schematische Darstellung der Modellierungsschritte für Fertigungssysteme. Das Originalsystem (oben links [OptoTech, 2013]) wird durch Abstraktion (A) auf ein vereinfachtes physikalisches Modell (oben rechts) überführt. Daraus wird ein mathematisches Modell (unten rechts) abgeleitet (B) und mit Hilfe numerischer Methoden (C) technisch umgesetzt (unten links). Anschließend erfolgt der Modellabgleich (D) und ggf. eine Modifikation des Ansatzes.

Nachdem die einzubeziehenden Größen in ihrem prinzipiellen Zusammenwirken erfasst sind, wird das System mit Hilfe der angesprochenen Gesetzmäßigkeiten in ein *mathematisches Modell* überführt. Je nach Problemstellung kann dieses lineare oder nichtlineare Zusammenhänge enthalten, in der Form von Gleichungssystemen, gewöhnlichen und partiellen Differentialgleichungen oder Integralgleichungen vorliegen und sich auf komplexe Zahlen oder verschiedene – auch ortsabhängige – Koordinatensysteme erstrecken. Zusätzlich liegen i. Allg. Nebenbedingungen in Form von Anfangs- oder Randbedingungen vor, die u. a. aus energetischen und räumlichen Einschränkungen oder Leistungsgrenzen der Maschinen resultieren. So sind z. B. die Schleiffähigkeit oder thermische Belastbarkeit eines jeden Schleifwerkzeugs begrenzt und auch die Vorschubgeschwindigkeiten oder Spindeldrehzahlen der Schleifmaschinen unterliegen gewissen Beschränkungen. Für die Systeme, welche durch lineare gewöhnliche Differentialgleichungen erster Ordnung beschrieben werden können,¹⁴ existiert der einfache und allgemeine Ansatz [Zirn und Weikert, 2006]:

$$\dot{x}_i(t) = \sum_{j=1}^n A_{ij} x_j(t) + \sum_{j=1}^m B_{ij} u_j(t) \quad (2.16a)$$

$$y_i(t) = \sum_{j=1}^n C_{ij} x_j(t) + \sum_{j=1}^m D_{ij} u_j(t). \quad (2.16b)$$

¹⁴Dies ist bei mechatronischen Systemen häufig der Fall.

Hierbei sind $u_j(t)$, $j = 1, \dots, m$ die Eingangs-, $x_i(t)$, $i = 1, \dots, n$ die Prozess- und $y_i(t)$, $i = 1, \dots, r$ die Ausgangsgrößen. Eine Kopplung erfolgt durch die Zustands-, Steuer-, Ausgangs- und Durchgangsmatrizen A_{ij} , B_{ij} , C_{ij} und D_{ij} mit den entsprechenden Dimensionen. Probleme der Art (2.16) lassen sich als lineare Gleichungssysteme mit Hilfe einer analytischen oder numerischen Integration der Differentialgleichungen eindeutig lösen. Bei mathematisch anspruchsvolleren Systemen, z. B. mit starken Nichtlinearitäten, partiellen Ableitungen oder integralen Nebenbedingungen, ist die Existenz und Eindeutigkeit der Lösung nicht immer bzw. nicht überall garantiert. Solche Gegebenheiten müssen daher beim Aufstellen des mathematischen Modells erkannt und berücksichtigt werden, insbesondere in Bezug auf die praktisch vorhandenen Randbedingungen.

Der dritte Schritt in der Modellierung besteht in der Umsetzung einer *Lösungsstrategie* für die aufgestellten Gleichungen. Sofern das mathematische Modell (im Prinzip) eine analytische Lösung besitzen kann, ist es i. Allg. sinnvoll, diese herzuleiten. Dadurch lässt sich zum Einen Rechenaufwand und -zeit sparen, zum Anderen können aus den Gleichungseigenschaften vergleichsweise einfach umfangreiche Schlussfolgerungen über das Lösungsgebiet, Parameterabhängigkeiten, Stabilitätsbereiche, uvm. gezogen werden. Darüber hinaus entfallen die durch einen numerischen Algorithmus bedingten Verfahrensfehler und eventuelle zusätzliche Instabilitäten.

Für den Fall, dass eine analytische Lösung nicht möglich ist, kommen hingegen nur *numerische Methoden* in Betracht. Welche Verfahren dabei angewendet werden können, hängt stark von der jeweiligen Art des Problems und den Genauigkeitsforderungen ab. Die Eignung und Stabilität derartiger Algorithmen bestimmt sich grundsätzlich auch durch die Lösungseigenschaften und Konditionierung des Problems, d. h. vor allem durch Systemparameter und deren Kopplung. Prinzipbedingt enthalten diese Verfahren numerische Fehler, deren Abschätzung zur Interpretation der Resultate zwingend erforderlich ist. Beim Rückgriff auf numerische Methoden ist daher immer der konkrete Fall im Kontext des Anwendungsbereiches zu betrachten.

Diejenigen Effekte und Wechselwirkungen, welche für die Ergebnisgrößen relevant, aber aufgrund der vereinfachten Modellansätze nicht (vollständig) erfasst sind, werden i. Allg. mit Hilfe von freien, experimentell zu bestimmenden Parametern berücksichtigt. Diese sind im letzten Schritt zu bestimmen (Modellabgleich), so dass eine Validierung der Modellvorhersage erfolgen kann. Bei einer solchen Rückwirkung der Praxis auf die Theorie kann sich auch die Notwendigkeit einer Erweiterung der Beschreibung zeigen. In diesem Fall muss insbesondere der erste Modellierungsschritt neu überdacht und geeignet modifiziert werden, wodurch sich ein zyklisches Vorgehen für das gesamte Modell ergibt.

2.3.3 Ansatz des konstanten Zeitspanungsvolumens

Für die Bearbeitung von asphärischen Linsen mittels CNC-Formschleifen wurde der Ansatz des *konstanten Zeitspanungsvolumens* zur Minimierung der Formabweichung durch Döhler [2007] entwickelt und von Schick [2008] bearbeitet. Dieser baut auf der Beobachtung auf, dass unterschiedliche Zerspanleistungen variierende Formabweichungen erzeugen. Der wesentliche Gedanke ist die Annahme, dass aus $Q_w = \text{const}$ eine Konstanz der Zerspanleistung und damit der Maschinenbelastung folgt. Sofern diese Bedingung für möglichst viele Bearbeitungszeitpunkte garantiert ist, wird mit einer deutlichen Verbesserung des Formfehlers gerechnet.

Hauptproblem einer allgemeinen Behandlung des Prozesses sind die komplizierten Kontaktbedingungen zwischen dem Schleifwerkzeug und der Asphärenoberfläche. Die Zerspanfläche kann zunächst in guter Näherung als Kugelfläche approximiert werden. Für die Form der Asphäre lässt sich hingegen keine konkrete Annahme treffen, da sie durch die hochgradigen Polynome sehr flexibel gestaltet sein kann, siehe Gleichung (2.2). Während der Bearbeitung wird die Linse um ihre Symmetrieachse gedreht und die Schleifscheibe gleichzeitig darauf zu bewegt (siehe Abbildung 2.6). Daher ergibt sich für die Relativbewegung eine Spirale mit variablen, von der Spindeldrehzahl n_w und der Vorschubgeschwindigkeit \vec{v}_f abhängigen Bahnabstand. Gleichzeitig handelt es sich um ein zyklisches Problem in dem Sinne, dass, aufgrund der Materialabnahme, die Kontaktverhältnisse zu jedem Zeitpunkt durch die vorhergehende Drehung determiniert sind [Schick, 2008].

Bedingt durch derartige mathematische Schwierigkeiten konnte in Schick [2008] keine umfassende Lösung des Problems gefunden werden. Es wurde ein iteratives Näherungsverfahren für Planflächen und Sphären erarbeitet und für kleine Aufmaße $z \leq 100 \mu\text{m}$ und Zeitspanungsvolumina $Q_w \leq 36 \text{ mm}^3 \text{ min}^{-1}$ getestet. Hierzu erfolgte eine Anpassung der Spindeldrehzahl, der Vorschubgeschwindigkeit und auch der Umfangsgeschwindigkeit des Schleifwerkzeugs. Die verwendeten Parameter entsprachen aber noch nicht denen typischer Vorschleifdurchgänge und auch eine einheitliche, systematische und mathematische Beschreibung musste noch erfolgen.

Dennoch wurde die prinzipielle Wirksamkeit des Ansatzes aufgedeckt. Im Rahmen der durchgeführten Experimente ist eine Reduzierung der Formabweichung, gegenüber dem bestehenden Verfahren ohne Stabilisierung, erzielt worden. Das in Kapitel 4.2 dargelegte Modell des konstanten Zeitspanungsvolumens greift den besprochenen Ansatz wieder auf und entwickelt ihn neu. Eine daraus folgende mathematische Behandlung der oben angesprochenen Probleme befindet sich ebenfalls dort.

3 Ausgangspunkt und Zielstellung

In diesem Kapitel werden die experimentellen und theoretischen Ausgangspunkte der vorliegenden Arbeit zusammengefasst. Im Anschluss erfolgt die Formulierung der daraus resultierenden Aufgaben- und Zielstellungen.

3.1 Technische und experimentelle Voraussetzungen

Die Modellbildung in dieser Dissertation konzentriert sich auf die Herstellung asphärischer Glaslinsen zur Verwendung in Hochleistungsoptiken. Hierfür kamen Präzisions-Asphärenscheifmaschinen der Firma *OptoTech GmbH* mit Schleifwerkzeugen des Herstellers *JAKOB LACH GmbH & Co. KG* zum Einsatz. Es wurden verschiedene Gläser der *SCHOTT AG* verwendet und die Profil-Formmessungen mit Profilometern der Firma *Talyor Hobson Ltd* vorgenommen. Zur Aufklärung von Modellparametern fanden außerdem maschinen-interne Messungen von Schleif- und Deformationskräften mit Sensoren des Herstellers *Kistler Instrumente AG* statt. Darüber hinaus wurden die Oberflächeneigenschaften der eingesetzten Werkzeuge in Hinblick auf die Schneidendichte mit einem konfokalen Oberflächenmessgerät der *GFE – Gesellschaft für Fertigungstechnik und Entwicklung Schmalkalden e. V.* ermittelt.

3.1.1 Schleifmaschinen und Werkzeuge

3.1.1.1 Schleifmaschinen

Die Schleifexperimente und Kraftmessungen wurden hauptsächlich auf den CNC-Schleifmaschinen *ASM 100 CNC* der Firma *OptoTech GmbH* durchgeführt. Außerdem kamen auch Maschinen des Typs *ASM 80 CNC* zum Einsatz. Da diese in ihrem Leistungsvermögen und ihrer Charakteristik dem oben genannten Modell sehr ähnlich sind, werden sie im Folgenden nicht separat betrachtet.

Bei den *ASM 100 CNC* (die genaue Bezeichnung ist *ASM 100 CNC/TC-D* – „Asphärenscheifmaschine 100 TwinCut Digital“) handelt es sich um 4-achsige, rechnergesteuerte Asphärenscheifmaschinen, siehe Abbildung B.1. Sie verfügen über die zwei Werkzeugspindeln S1 und S3, welche entlang der x - und y -Richtung durch einen Kreutztisch verstellbar sind, sowie die in z -Richtung bewegliche Werkstückspindel S2. Alle Spindeln sind wälzgelagert, wobei die Rotationsachsen von S1 und S3 parallel zur y -Richtung, die von S2 parallel zur z -Richtung sind. Die Drehrichtung von S2 entspricht dabei der c -Achse, siehe auch Abbildung 3.1.

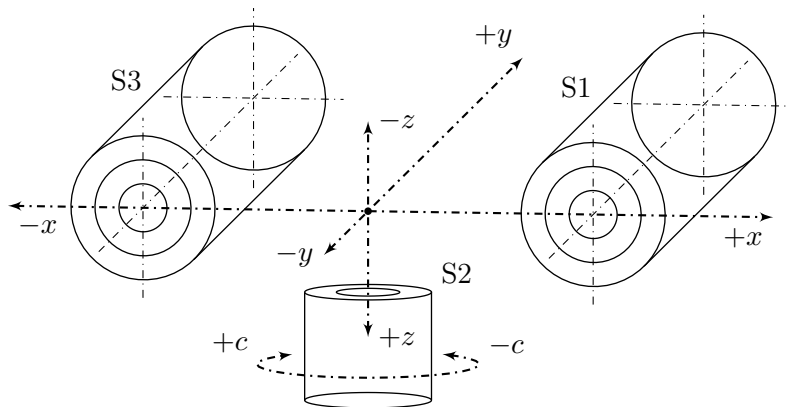


Abbildung 3.1: Schematische Darstellung des Maschinenkoordinatensystems mit den Werkzeugspindeln S1 und S3, der Werkstückspindel S2 und den Achsen x , y , z und c , nach [OptoTech GmbH, 2008].

Alle Achsen werden direkt angetrieben und verfügen über ein Weg- bzw. Achsenmesssystem zur Bestimmung von Positionen und Geschwindigkeiten. Das zugehörige interne Maschinenkoordinatensystem ist in Abbildung 3.1 schematisch dargestellt. Es dient als Bezugssystem für alle mit x , y oder z bezeichneten Koordinaten oder Komponenten, sofern nicht anders angegeben.

Die Steuerung und Regelung des Prozesses erfolgt mit Hilfe eines programmierbaren CNC-Rechners, welcher die Messsysteme ausliest und die vorgegebenen Anweisungen bearbeitet. Hierfür erhält er, neben grundlegenden Maschineneinstellungen, im Wesentlichen numerische Positions- und Geschwindigkeitsangaben, sowie Informationen über die Bewegungsform, und berechnet daraus Zwischenwerte für den Verfahrweg und zur Prozessüberwachung. Wenn es zu Problemen oder unzulässigen Abweichungen kommt, greift die Elektronik selbstständig regelnd ein.

Die garantierte Wiederholgenauigkeit für die Werkzeugpositionierung über die gesamte x - bzw. z -Achse liegt in der Genauigkeitsklasse von $\pm 5 \mu\text{m}$. Dank der hohen Qualität der Maschinen wird dieser Wert (im Neuzustand) aber deutlich unterboten und beträgt rund $\pm 1 \mu\text{m}$. Wie den Maschinendatenblättern zu entnehmen ist, werden die erlaubten Toleranzen sämtlicher Rundläufe, Winkligkeiten und Parallelitäten der Spindeln ebenfalls deutlich unterboten [OptoTech, 2013].

Die Schleifwerkzeuge befinden sich fest auf einer Aufnahme (auch „Dorn“ genannt) und werden mit dieser in den Anschlussflansch der jeweiligen Werkzeugspindel montiert. Dank der zwei Werkzeugspindeln ist die Bearbeitung der Bauteile mit verschiedenen Schleifscheiben auch ohne Umrüsten möglich. Ein ähnliches Verfahren findet bei den Werkstücken Anwendung. Diese werden durch Festkleben mit Kitt („Kitten“) oder Einspannen auf einem Dorn befestigt und anschließend im Hydrodehnspannfutter der

Werkstückspindel arretiert, so dass ebenso ein schneller Wechsel durchführbar ist. Bedingt durch die Größe des Arbeitsraumes und des Verfabereichs können Bauteile mit einem Durchmesser von $d_w = 10 - 300$ mm und Krümmungsradien ab $R = 10$ mm bzw. $R = 45$ mm bei konkaver bzw. konvexer Form bearbeitet werden. Die Maschinenanordnung ist dabei auf eine (zur z -Achse) rotationssymmetrische Bearbeitung der Werkstücke ausgelegt, was bei der Prozessmodellierung entsprechend zu berücksichtigen ist.

Um die thermische Belastung von Werkstück und Werkzeug zu reduzieren und den Abtransport des zerspanten Materials zu gewährleisten, findet eine permanente Kühlung und Reinigung durch ein Kühlschmiermittel (Wasser mit Additiven) statt.

Mit Hilfe eines lokalen Netzwerks werden die Maschinen an andere Rechner verbunden und per Betriebssoftware gesteuert. Sie erhalten den Arbeitsauftrag in Form einer Textdatei („CNC-Datei“) mit maschinenspezifischen CNC-Befehlen, und werden nach Abschluss der Vorbereitungen von Hand gestartet. Eine Überwachung des Maschinenzustandes kann zum Teil über die Betriebssoftware, hauptsächlich aber mit Hilfe des integrierten CNC-Rechners erfolgen. Über letzteren kann im Falle von fehlerhaftem oder unzulässigem Verhalten in den laufenden Prozess steuernd eingegriffen werden. Eine Zusammenfassung wichtiger technischer Kenngrößen befindet sich in Tabelle B.1.

3.1.1.2 Schleifwerkzeuge

Für alle Schleifexperimente kamen Werkzeuge des Herstellers JAKOB LACH GmbH & Co. KG zum Einsatz. Dabei handelte es sich um Diamantschleifscheiben des Typs *BZ-MA 21 D30/C50 28010212*, *BZ-MA 21 D91/C60 28095157* und *BZ-MA 21 D151/C60 28010215*, welche im Folgenden kurz als *D30/C50*, *D91/C60* und *D151/C60* bezeichnet werden.

Sie bestehen aus einem scheibenförmigen Stahl-Grundkörper mit radial aufgebrachtem Schleifbelag (Bronzebindung), in welcher sich Diamanten unterschiedlicher Größe und Konzentration befinden. Die Körner sind von einer zusätzlichen dünnen Metallschicht überzogen, um die thermische Belastung der Korn-Bindungs-Schnittstelle und der temperaturempfindlichen Diamanten zu reduzieren [Klocke und König, 2005]. Sowohl die eingesetzten Korngrößen und -konzentrationen, als auch die harten und verschleißfesten Metallbindungen sind für das CNC-Formschleifen unter Verwendung eines Kühlschmiermittels optimiert [LACH, 2013]. Die zugehörigen Werte können aus den Tabellen im Anhang A.5 entnommen werden. Eine schematische Darstellung der Werkzeugoberfläche ist in Abbildung 2.5 gezeigt.

Das Abrichten, Schärfen und Reinigen der Werkzeuge erfolgt mit Hilfe eines *Konditionierwerkzeugs* (Korundstein) in Form einer Kugelschale. Dadurch entspricht die beim Schleifen wirksame Werkzeugoberfläche ebenfalls einer Kugel, was für die Spezialisierung des Modells in Kapitel 4.3 wichtig ist. Die Häufigkeit, mit der diese Werkzeuge konditioniert werden müssen, hängt vom zu bearbeitenden Werkstoff, den Genauigkeitsanforderungen und den vorgegebenen Prozessparametern (insbesondere dem Zeitspannungsvolumen) ab. Für Gläser mittlerer Härte (wie z. B. N-BK7) liegt die Größenordnung

dafür bei einigen Dutzend Schleifdurchgängen. Wird jedoch eine hohe Rundlaufgenauigkeit (des Schleifwerkzeugs) gefordert, oder sind sehr harte Werkstoffe (z. B. Keramiken) zu bearbeiten, so steigt die Konditionierhäufigkeit stark an – unter Umständen auf einmal pro Schleifzyklus. Anschließend wird der neue Werkzeugdurchmesser durch das Überschleifen und anschließende Vermessen einer speziellen sphärischen Linse bis auf wenige μm genau bestimmt.

Laut Hersteller liegen die einzusetzenden Umfangsgeschwindigkeiten im Bereich von $|\vec{v}_s| = 20\text{--}30\text{ m s}^{-1}$. Für die (im Rahmen dieser Arbeit durchgeführte) Asphärenbearbeitung hat sich der etwas erhöhte Wert von $|\vec{v}_s| \approx 32\text{ m s}^{-1}$ bewährt. Die Werkzeuge werden damit für Aufmaße (pro Zyklus) von $z \leq 0,2\text{ mm}$ (D30/C50), $z \leq 1\text{ mm}$ (D91/C60) und $z \leq 2\text{ mm}$ (D151/C60) eingesetzt.

3.1.2 Messinstrumente

3.1.2.1 Formmessgeräte

Da im Rahmen dieser Arbeit die Formabweichung der Bauteile im Mittelpunkt steht, stellen Profil-Formmessungen das wesentliche Beurteilungskriterium dar. Hierfür wurden zwei taktile Profilometer vom Typ *Form Talysurf II 120mm PGI* und *Form Talysurf PGI 1240* der Firma Talyor Hobson Ltd verwendet. Mit beiden Geräten ist eine zweidimensionale Profil-Formmessung möglich, die im Allgemeinen entlang eines Bauteilquerschnitts durch das Zentrum erfolgt. Je nach gewünschtem Messbereich und Oberflächenqualität können Taster verschiedener Länge (60 mm oder 120 mm) und mit unterschiedlich geformten Tastkörper (Rubinkugel mit $R = 0,5\text{ mm}$ oder Saphirspitze mit $R = 2\text{ }\mu\text{m}$) eingesetzt werden. Die maximale vertikale Auflösung liegt bei rund $0,8\text{ nm}$. Für die Messung von Formabweichungen ergibt sich ein Fehler von $\Delta TDS \approx \pm 50\text{ nm}$ (kurzer Taster) bzw. $\Delta TDS \approx \pm 150\text{ nm}$ (langer Taster) über den gesamten Messbereich [asphericon, 2010]. Durch eine Drehung der zu vermessenden Bauteile können verschiedene Regionen erfasst werden, wobei der Durchmesser bis zu 120 mm und die maximale Pfeilhöhendifferenz 25 mm betragen darf. Größere Werkstücke sind entweder nur halbseitig oder mit Hilfe eines anderen Verfahrens (z. B. optisch) messbar.

In Tabelle B.2 sind wichtige Kenngrößen des Form Talysurf II 120mm PGI zusammengefasst. Die Messbereiche des Form Talysurf PGI 1240 (siehe Abbildung B.3) sind dagegen etwas größer, was im Rahmen dieser Arbeit jedoch unbedeutend ist. Da die Leistungsfähigkeit beider Instrumente hinsichtlich der Profil-Formmessung im Wesentlichen gleich ist, wird nachfolgend nicht mehr zwischen ihnen unterschieden und nur noch die Bezeichnung „Talysurf“ verwendet.

Für die beim Schleifen erreichbaren Genauigkeiten hat sich gezeigt, dass die Information einer einzigen Messung ausreichend ist. Zwar können sich, trotz der rotationssymmetrischen Bearbeitung, an verschiedenen Stellen nicht-rotationssymmetrische Formabweichungen im sub- μm Bereich ergeben – bei Verschleifdurchgängen sind derartige Unterschiede aber nicht relevant, so dass der Aufwand von dreidimensionalen Messungen i. Allg. nicht lohnenswert ist. Letztere können nur bedingt taktil durchge-

führt werden und erfordern normalerweise aufwändige interferometrische Methoden, wodurch eine Anwendung in der Serienfertigung auf vergleichsweise wenige Bauteile beschränkt bleibt. Im praktischen Einsatz sind damit die angesprochenen, zweidimensionalen Messungen die wichtigste Informationsquelle. Da das zu entwickelnde Modell des Schleifprozesses auch einen starken Anwendungsbezug aufweisen soll, sind die taktilen Profil-Formmessungen ein sinnvolles Fundament der Beurteilung.

Nachteil der nicht-maschinenintegrierten Messinstrumente ist die Tatsache, dass es sich um sogenannte *post-process Messungen* handelt. Der Bearbeitungsprozess muss stets unterbrochen und das Bauteil aus der Maschine zum Messgerät gebracht werden. Erst nach erfolgter Profil-Formmessung und dem anschließenden Wiedereinbau ist die weitere Bearbeitung möglich. Diese Strategie ist einerseits zeitaufwändig und kann, je nach Umgebungsbedingung, zu Mess- oder Bearbeitungsungenauigkeiten durch temperaturbedingte Formänderungen oder Einspannfehler führen. Derartige Defizite sind insbesondere bei hohen Genauigkeitsanforderungen oder sehr kurzen Schleifzeiten zu beachten und können beispielsweise durch maschinenintegrierte Formmesssysteme vermindert werden.

Ein weiterer, die beiden genannten Profilometer betreffender Problempunkt ist das Fehlen eines internen Koordinatenmesssystems. Beide Geräte besitzen keine direkte Ortsinformation über ihre x - und z -Achse, so dass nur Relativmessungen möglich sind. Erst eine separate Messung der Werkstückdicke (Mittendicke) und eine Berechnung des Bauteilzentrums und der Verkipfung über Symmetriebetrachtungen erlaubt konkrete Aussagen über die absolute Form. Für die (lediglich) zu einer Achse spiegelsymmetrischen Asphären oder Axicons ist dies i. Allg. unkompliziert, für Plan- oder Kugelflächen mit geringer Formabweichung kann die Auswertung der Messung hingegen problembehaftet sein, da mehrere Symmetrieachsen vorhanden sind.

3.1.2.2 Kraftmessgeräte

Die maschinen-integrierte Messung von Deformationskräften erfolgte mit einem Kraftsensor der Firma Kistler Instrumente AG. Es handelte sich dabei um das piezoelektrische 3-Komponenten-Dynamometer *CompacDyn 9254*, siehe Abbildung B.4. Das Gerät kann mit Hilfe von druckempfindlichen Quarzplatten Kräfte in alle drei Raumrichtungen unabhängig voneinander messen. Durch die hohe Steifigkeit dieser Kristalle und ihre starke mechanische Vorspannung ist eine nahezu weglose und temperatur-unabhängige Erfassung möglich. Ein weiterer Vorteil der piezoelektrischen Sensoren ist ihr gutes Auflösungsvermögen von unter 10 mN bei einem gleichzeitig großen Messbereich von ± 1 kN in z - und $\pm 0,5$ kN in y - oder x -Richtung, siehe Tabelle B.3. Darüber hinaus verfügen sie über eine Resonanzfrequenz im kHz-Bereich, wodurch einfache Schleifkraft-Messung (aufgrund des Frequenzabstandes) nicht signifikant gestört werden [Stirnemann und Kirchheim, 1997].

Als Nachteil dieser Technik stellt sich der Ladungstransport heraus. Da im Sensor selbst keine Umwandlung der von den Kristallen erzeugten Ladungen in Spannungssignale erfolgt, müssen diese über Kabel in einen Ladungsverstärker (Typ 5019A13) überführt

und dort konvertiert werden. Aufgrund der geringen Ladungsmengen von $\approx 1 \text{ nC}$ werden hohe Anforderungen an die Isolation der gesamten Ladungs-Transportstrecke gestellt. Daher sind alle Bauteile nach IP 67 spritzwassergeschützt und masseisoliert. Für praktische Einsatzzwecke verfügt die Plattform über eine niedrige Bauhöhe von ca. 30 mm und Bohrungen mit M6-Gewinde an der Oberseite.

Für die Durchführung der Messungen waren noch weitere Hilfsmittel nötig, welche als Spezialanfertigung realisiert wurden. Um den Sensor überhaupt in die Maschine einbringen und dort befestigen zu können, war es notwendig, ihn auf einer Stahlplattform zu verschrauben. Diese verfügte wiederum über einen passenden Dorn und konnte in die Werkstückspindel eingespannt werden. Zum Schutz des Sensors wurde außerdem eine weitere Stahlplatte, ebenfalls ausgestattet mit geeigneten Bohrungen, auf dessen Oberfläche angebracht. Mit ihrer Hilfe konnten die zu schleifenden Probe-Werkstücke problemlos eingespannt oder mit Kitt aufgebracht werden.

Die Messung der Deformationskräfte in x -Richtung erfolgte mit Hilfe eines stabilen und steifen Stahlblocks, welcher auf die Sensorplatte aufgeschraubt werden konnte. Er war seitlich belastbar und übertrug die Kraft direkt auf die y -Achse des Sensors, welche parallel zur x -Achse des Maschinenkoordinatensystem ausgerichtet war. In den Abbildungen B.5 und B.6 ist der schematische Aufbau der Messanordnung für die (statische) Deformationskraft-Messung und die (dynamische) Schleifkraft-Messung gezeigt. Im ersten Fall wird das Werkzeug (bzw. dessen Kontaktpunkt) an verschiedenen Punkten (in x - und z -Richtung) des Kraftsensors positioniert und sukzessive in μm -Schritten weiterbewegt. Diese Zustellung entspricht dann der Deformation der ganzen Anordnung, so dass eine Zuordnung zu den entsprechenden Kräften direkt erfolgen kann. Die beim Schleifvorgang hinzukommende Nachgiebigkeit des Bauteils (siehe [Stkepień, 2009] und Kapitel 4.3.2) konnte näherungsweise mit Hilfe eines zusätzlichen Glas-Probekörpers berücksichtigt werden, welcher zwischen Schleifwerkzeug und Sensor angeordnet wurde.

Da der Sensoraufbau möglichst steif ausgelegt war und seine Höhe (Oberkante in z -Richtung) im Bereich der Werkstückoberflächen (während der Bearbeitung) lag, kann in guter Näherung davon ausgegangen werden, dass die gemessene Kraft–Weg–Abhängigkeit auch für normale Schleifprozesse zutrifft. Eine qualitative Abschätzung der Steifigkeit der Messanordnung zeigt, dass sich der angesprochene Kraftzusammenhang in z -Richtung allein aus der Deformation der Werkzeug- und Werkstückspindel ergibt und die Nachgiebigkeit der Messanordnung keine signifikante Rolle spielt. Bei der Datenauswertung war die (im Vergleich zur Sensorplatte) reduzierte Steifigkeit des Stahlblocks jedoch zu berücksichtigen, siehe Kapitel 4.3.2.

Im Fall der Schleifkraft-Messung (Abbildung B.6) wurden Glas-Probekörper der Dimension $(50 \times 10 \times 2) \text{ mm}^3$ und $(50 \times 10 \times 3) \text{ mm}^3$ senkrecht eingespannt und zentriert von oben nach unten bei wechselnden Zeitspannungsvolumina geschliffen. Durch die Symmetrie in x - und y -Richtung erzeugt die Tangentialkraft des Werkzeugs (welche aufgrund der Rotation entsteht) keine zusätzliche Komponente in z -Richtung, so dass eine unmittelbare Zuordnung der Schleifkraft zu Q_w erfolgen konnte.

3.1.2.3 Oberflächenmessgerät für Schleifwerkzeuge

Ein zentraler Punkt innerhalb des in dieser Arbeit entwickelten Modells bildet die statische Schneidendichte (Kornspitzenverteilung) auf der Wirkfläche des Werkzeugs. Sowohl für die auftretenden Schnittkräfte zwischen den Körnern und dem Werkstoff, als auch für das Abtrennverhalten bzw. die Schleiffähigkeit des Werkzeugs ist die theoretische Formulierung der Höhenverteilung der Diamanten wesentlich.

Aufgrund dieser Tatsache wurden D91/C60- und D151/C60-Werkzeuge mit Hilfe eines konfokalen Oberflächenmessgeräts vom Typ *OMG 3* vermessen, siehe Abbildung B.7. Dieses Gerät ist eine Eigenanfertigung der GFE – Gesellschaft für Fertigungstechnik und Entwicklung Schmalkalden e. V. und wird auch durch diese betrieben. Es ist mit der zugehörigen Software in der Lage, den maximalen Kornbindungsüberstand Z^* und die Kornspitzenverteilung C_{stat} zu ermitteln.

Zur Erfüllung dieser Aufgabe wird das Prinzip der *konfokalen Mikroskopie* angewandt, bei dem ein Objektiv mit geringer Tiefenschärfe mehrere vertikal versetzte Ebenen der strukturierten Oberfläche aufnimmt. Die Charakterisierung dieser Ebenen erfolgt durch Kontrastvergleiche relativ zu einem festen Bildpunkt. Der Bildausschnitt kann durch eine manuelle Verstellung in x - und y -Richtung gewählt werden, die Höhenverstellung (z -Achse) erfolgt motorisiert und wird von einem Rechner aus gesteuert. Eine werkzeugangepasste Vergrößerung wird durch drei verschiedene Objektive ermöglicht, wobei die Bildflächen im Bereich von rund $0,2\text{--}3,5\text{ mm}^2$ liegen [GFE, 2010b].

Das Programm des Messrechners fügt anschließend alle Informationen zusammen und bestimmt die gesuchte Kornspitzenverteilung. Eine Übersicht der wichtigsten technischen Parameter gibt Tabelle B.4.

3.1.3 Glaswerkstoffe

Für die Experimente dieser Arbeit kamen optische Gläser des Typs F2 (Flintglas), N-BK7 (Borosilikat-Kronglas) und N-LAK10 (Lanthan-Kronglas) der SCHOTT AG zum Einsatz. Damit wurden nicht nur verschiedene, für Hochleistungsoptiken bedeutende Glassorten bearbeitet, sondern auch unterschiedliche mechanische Eigenschaften erfasst. Im Programm des Herstellers befinden sich Glaswerkstoffe mit einer Knoop-Härte von $HK = 335\text{--}797\text{ HK }0.1/20$ und einem Elastizitätsmodul von $E = 54\text{--}126\text{ kN mm}^{-2}$. Die drei verwendeten Typen decken einen Großteil dieser Bandbreite ab (siehe Tabelle B.5) und besitzen wesentlich andere elastisch-plastische Bearbeitungseigenschaften [asphericon, 2010].

Eine Überprüfung und Anpassung des theoretischen Modells für diese Stützwerte ist der erste bedeutende Schritt zur Erschließung eines großen Anwendungsfeldes. Da die Parameter der meisten anderen Gläser in diesem Bereich liegen bzw. nicht weit davon abweichen, kann deren Bearbeitung durch eine Übertragung – z. B. Interpolation – der experimentellen Ergebnisse erfolgen.

3.2 Aufgabenstellung und Herausforderungen

Die Herstellung von immer komplexeren, hochpräzisen optischen Bauteilen in kürzeren Zeitabständen und von hoher Qualität erfordert eine flexible und effektive Bearbeitungsstrategie für den gesamten Produktionsprozess. Aufgrund der zunehmenden Freiheitsgrade in der Formgestaltung, und der oft damit einhergehenden Reduktion der jeweiligen Stückzahlen, muss die Prozesskette eine erhöhte Variabilität bei geringem Aufwand bieten. Da nicht für alle Bauteilformen oder Werkstoffe eigene Werkzeuge und Messinstrumente bereitgestellt werden können, besteht eine praktische Herstellungsstrategie in der flexiblen Kleinserienfertigung darin, mit *einem Verfahren* pro Fertigungsstufe und einer kleinen Auswahl an Werkzeugen (und Maschinen) *möglichst alle Produkte* herstellen zu können. Dies bedingt ein intelligentes Zusammenspiel der einzelnen Prozessstufen, ermöglicht durch eine optimale Steuerung/Regelung aufbauend auf einem *physikalischen Modell*.

Dem letzten Punkt kommt besondere Bedeutung zu.

Eine theoretische Beschreibung der Bearbeitungsverfahren unter Berücksichtigung der wesentlichen Wechselwirkungen und Effekte ist essentiell, um schnell und definiert die gewünschten Ergebnisse zu erreichen. Als physikalisches Modell muss es dem jeweiligen Problem angepasst sein und sowohl die technischen Randparameter berücksichtigen, als auch das eigentliche Ziel der Prozessstufen formulieren und Vorhersagen darüber ermöglichen. Dabei steht keine Grundlagenforschung im Mittelpunkt, sondern ein *möglichst breiter Anwendungsbereich* und die *Steigerung der Wirtschaftlichkeit* unter den vorhandenen Produktionsmöglichkeiten.

Dies bedeutet allerdings nicht den Verzicht auf eine geschlossene mathematische Formulierung – im Gegenteil: Anstatt isolierte und unabhängige Beschreibungen einzelner Vorgänge zu verwenden, soll der zu entwickelnde Ansatz einen *Zusammenhang* darstellen und verschiedene Modellvorstellungen miteinander in Verbindung bringen. Das so verbesserte Zusammenspiel zwischen Theorie und Praxis kann die Qualität der geschliffenen optischen Funktionsflächen signifikant steigern.

Natürlich erfordert diese Flexibilität und Anwendbarkeit auf unterschiedliche Verfahren einen relativ umfassenden Ansatz. Mit systemtheoretischen Methoden (siehe Kapitel 2.3.1) können solch allgemeine Strukturen formuliert und dann auf bestimmte Prozesse mit deren Ein- und Ausgabeparametern spezialisiert werden. In jedem Fall müssen die einzubeziehenden Effekte/Wechselwirkungen entsprechend der zu lösenden Probleme erfasst und modelliert werden. Die Modellparameter lassen sich dabei i. Allg. aus theoretischen Betrachtungen oder entsprechenden Experimenten gewinnen. Durch die anschließenden praktischen Überprüfungen unter Rückwirkung auf die theoretische Beschreibung (Modellabgleich) wird diese kontinuierlich verbessert.

Für das im Rahmen dieser Arbeit untersuchte Bearbeitungsverfahren wurde ein Zugang gewählt, welcher auf einer *Maschinen–Werkstück–Wechselwirkung* im Sinne des CNC–

Formschleifens von asphärischen Linsen beruht. Dieser stützt sich auf die Vorstellung einer definierten Prozesssteuerung mit Hilfe von Werkzeugen in CNC-Schleifmaschinen, unter Einhaltung festzulegender Ergebnis- und/oder Prozessgrößen, sowie der technischen Randparameter. Der entwickelte Ansatz soll so auf verschiedene Schleifverfahren angewendet werden können und die passenden Vorhersagen für die Maschinensteuerung treffen. Folglich muss er die wechselnden Kontaktgeometrien, Material- und Bearbeitungseigenschaften, Bauteilformen bzw. -abmaße und Schleifwerkzeuge wiedergeben können, und Fragen, wie z. B. nach der Form der Schleifbahn, dem Einfluss der Werkzeuggestalt oder dem maschinellen Leistungsvermögen, in ihrer Ortsabhängigkeit formulieren und beantworten.

Allen aufzunehmenden Variablen kommt dabei eine hohe praktische Relevanz zu. Insbesondere soll das Modell keinerlei Größen aufweisen, deren Behandlung lediglich von akademischen Interesse ist und die entweder nicht praktisch messbar sind oder keine definierbare Bedeutung für den Prozess haben. Statt dessen dient die Beschreibung der Ableitung von Vorhersagen über die zu steuernden/regelnden Parameter bei gleichzeitiger Festlegung von anderen Größen. Beispielsweise soll die Gewährleistung einer hohen Formgenauigkeit oder eines definierten Verlaufs des Zeitspannungsvolumens möglich sein. Auch eine Optimierung hinsichtlich der Schleifkräfte oder der Werkzeug-Standzeiten wäre denkbar.

Begründet ist dieses Vorgehen dadurch, dass selbst der Einsatz von hochpräzisen Asphärenschleifmaschinen des Typs ASM 100 CNC (siehe Kapitel 3.1.1) beim Vorschleifen häufig hohe Formabweichungen zeigt. Sie liegen unter den üblichen Bearbeitungsbedingungen (siehe auch Kapitel 4.2) im Bereich von $10 - 20 \mu\text{m}$ und bei ungünstigen Verhältnissen auch deutlich darüber [asphericon, 2010]. Derartige Werte treten vor allem bei großen Aufmaßen und Zeitspannungsvolumina – insbesondere bei großen Radien – auf und bedeuten das Auftreten hoher Schleifkräfte. Mit ihnen ist eine erhebliche Beanspruchung (bis hin zur Überlastung) der Maschinen, Werkzeuge und Werkstücke verbunden. In der Vergangenheit konnten die drohenden Schäden oder verstärkten Abnutzungen nur durch eine deutliche Reduktion der Vorschubgeschwindigkeit verhindert werden. Resultierend aus dem dadurch bedingten Anstieg der Prozesszeit reduziert sich die Effektivität und Wirtschaftlichkeit der Fertigung.

Darüber hinaus existiert eine systematische Formabweichung im Bereich des Werkstückzentrums. Wie das Modell in Kapitel 4.2 zeigen wird, bedingt die (bzgl. der optischen Achse) rotationssymmetrische Bearbeitung der Bauteile eine Abnahme des realisierbaren Zeitspannungsvolumens und damit der Schleifkraft. Als Folge wird die elastische Maschinendeformation dort zunehmend geringer und es bildet sich eine Vertiefung mit annähernd kegelförmiger Gestalt. Dieses „Loch“ in der Werkstückmitte bedeutet einen erhöhten Bearbeitungsaufwand für die nachfolgenden Schritte. Es ist systematischer Natur und nicht vermeidbar, sofern der Kontaktpunkt immer auf der Soll-Form liegt.

Die bisherigen Korrekturversuche in Form eines empirischen Vorhalts, basierend auf den

Formmessungen der vorhergehenden Schleifdurchgänge, erfordern einen hohen Messaufwand und werden daher entweder gar nicht angewandt (Vorschleifen) oder zeigen nur begrenzte Wirksamkeit. Letzteres wird durch die sich ständig ändernden Prozessparameter (Ortsabhängigkeit und Höhe des Aufmaßes, des Zeitspannungsvolumens oder der Vorschubgeschwindigkeit) bedingt und setzt der oben genannten Übertragung prinzipielle Grenzen. Gute Ergebnisse sind nur dann erreichbar, wenn alle Bauteile mit den selben Kontaktbedingungen (Ist- und Soll-Form, Zeitspannungsvolumen, usw.) bearbeitet und die Steuerung dahingehend „eingefahren“ werden kann [asphericon, 2010].

Diese zwei zentralen Probleme werden von einer Reihe weiterer Abhängigkeiten begleitet. Es zeigt sich, dass die Schleifergebnisse vom Werkzeugtyp – d. h. insbesondere von der Körnung – sowie dessen Verschleißzustand abhängen. Die Schleifscheiben mit zu großen, zu kleinen oder zu abgenutzten Körner erfordern höhere Kräfte für den Abtrennvorgang und erzeugen dadurch eine größere Systemdeformation. Letztere wird außerdem durch die Steifigkeit der Werkzeugspindel bzw. des Werkzeugdorns beeinflusst, deren Länge variieren kann. Mit den Kraftmessungen in Kapitel 3.1.2 wurde darüber hinaus nachgewiesen, dass die Kraft–Weg–Abhängigkeit i. Allg. ortsabhängig und anisotrop ist. In Folge der unterschiedlichen Biegemomente auf die Werkstückspindel bei Belastung in x -/ y - bzw. z -Richtung ergibt sich dahingehend ein Unterschied. Für eine Vorhersage dieses Effekts entscheidet daher auch die konkrete Werkzeugposition und Zerspanflächengeometrie im jeweiligen Bearbeitungszeitpunkt.

Die genannten Probleme behindern den Produktionsprozess in der Art, dass der Umgang mit ihnen zusätzlichen Aufwand erfordert und Zeit kostet. Nach Ansicht des Autors lassen sie sich nur durch ein Modell lösen, das – wie oben beschrieben – umfassend genug ist, um alle relevanten Prozessgrößen und Wechselwirkungen zu beschreiben und vorherzusagen. Nur eine Aufklärung der Zusammenhänge kann zu einer definierten, zielgerichteten Prozesssteuerung führen und eine Verbesserung bewirken.

Zusammenfassend und unter Berücksichtigung der Vorarbeiten aus Kapitel 2.3 ergeben sich folgende Aufgabenstellungen:

1. Entwicklung eines flexiblen, physikalischen Grundansatzes zur Beschreibung der Maschinen–Werkstück–Wechselwirkung für Schleifprozesse entsprechend der in Kapitel 2.3.1 formulierten Anforderungen.
2. Spezialisierung durch Einbezug verschiedener Prozessgrößen mit dem Ziel einer zeitlichen und qualitativen Optimierung der Prozessstufe, sowie Ableitung einer analytischen Lösungsstrategie.
3. Anwendung auf das CNC–Formschleifen von asphärischen Linsen unter Beachtung der technischen und produktionsbedingten Anforderungen/Nebenbedingungen zur Vorhersage einer – hinsichtlich der Formgenauigkeit – optimalen Werkzeugbahn.
4. Numerische Umsetzung und Modell-Abgleich mit Hilfe eines wissensbasierten, datenbank-gestützten Steuerprogramms und entsprechenden Kraft-, Oberflächen- und Formmessungen.

4 Modellentwicklung für den Schleifprozess

Im ersten Teil dieses Kapitels wird das Konzept des Modells entwickelt und vorgestellt. Dabei spielen die grundlegenden Voraussetzungen und Annahmen, insbesondere die einbezogenen Verfahrensgrößen eine wesentliche Rolle. Sie entscheiden nicht zuletzt über die prinzipiellen und die tatsächlich praxisrelevanten Erweiterungsmöglichkeiten der theoretischen Beschreibung. In den nachfolgenden Kapiteln 4.2 und 4.3 werden dann zwei Spezialisierungen des Modells diskutiert und auf das CNC-Formschleifen angewandt. In diesem Zuge findet auch eine genauere Untersuchung der analytischen Lösbarkeit und der möglichen Beschränkungen des jeweiligen Ansatzes statt.

4.1 Grundlegendes Modell

Um sich einer Lösung der in Kapitel 3.2 gestellten Aufgaben zu nähern, soll im Folgenden das Zusammenwirken der eingeführten Prozessgrößen verdeutlicht werden.

Wie bereits in Kapitel 2.2.2 erwähnt, ist die Soll-Form $\vec{z}_s(\vec{\rho})$ eine virtuelle (d. h. gedachte und nicht real vorhandene) Oberfläche, welche unterhalb der Ist-Form $\vec{z}_I(\vec{\rho})$ und innerhalb des Werkstücks selbst liegt. Sie kann, von $\vec{z}_I(\vec{\rho})$ ausgehend, nur durch Abtrennen des ortsabhängigen Aufmaßes z erzeugt werden.¹ Hierfür muss das Schleifwerkzeug in den Werkstoff eingreifen und die Prozessgrößen, wie z. B. die Zustellung a_e , die Zerspanfläche A_H , der geometrische Volumenstrom \dot{V}_w , das Zeitspanungsvolumen Q_w , die Spannungsdicken $h_{cu,i}$, die Wirkgeschwindigkeit \vec{v}_e usw., sind erst dann sinnvoll definiert. Daraus folgt, dass es eine signifikante Abhängigkeit zwischen den (dynamischen) Prozessgrößen und dem Aufmaß z gibt, und sich letzteres in den einzelnen Formulierungen (un-)mittelbar wiederfinden muss. Wie das Modell zeigen wird, existiert aber auch ein umgekehrter Einfluss: Die Prozessgrößen wirken letztendlich auf z selbst zurück und es liegt eine mehrschichtige, dynamische Kopplung vor. Um diesen Zusammenhang herzuleiten, wird nachfolgend mit dem Zeitspanungsvolumen begonnen.

Wie in Verbindung mit Gleichung (2.8) angesprochen wurde, ergeben sich aus dem Aufmaß z und der Vorschubgeschwindigkeit \vec{v}_f der Arbeitseingriff a_e und die Zerspanfläche A_H (Kontaktzone). Letztere besitzt, in Bezug auf den geometrischen Volumenstrom \dot{V}_w und normal zu \vec{v}_f , eine effektiv wirksame Querschnitts-/Projektionsfläche A_p . Das Schleifwerkzeug muss das zugeführte Material zerspanen und abführen, wobei das Zeit-

¹Wie in Kapitel 2.2.2 erläutert, beziehen sich alle Größen (d. h. insbesondere auch $\vec{z}_s(\vec{\rho})$, $\vec{z}_I(\vec{\rho})$ und z) im Folgenden immer auf einen einzelnen Schleifzyklus.

spanungsvolumen Q_w , welches es aufbringen kann, vom jeweiligen Prozesszustand (wie z. B. der Schleiffähigkeit oder der Zerspankraft) abhängt. Bei allen beteiligten Komponenten (des Prozesses) erfolgt dabei eine Reaktion auf Über- oder Unterbeanspruchung, siehe unten.

Die aus dem Abtrennvorgang (siehe Gleichung (2.11)) resultierende Zerspankraft \vec{F}_w ist von der gesamten Anordnung in der Schleifmaschine (Spindeln, Dorn, Werkzeug, Werkstück) aufzunehmen und bewirkt – nach dem 3. Newtonschen Axiom – eine gleichgroße und entgegengesetzt gerichtete Kraft $-\vec{F}_w$. Sie wird als *Deformationskraft* \vec{F}_ε bezeichnet und es gilt

$$\vec{F}_\varepsilon = -\vec{F}_w. \quad (4.1)$$

Da es sich um makroskopische Kräfte handelt, werden sie (in dieser Arbeit) im Maschinenkoordinatensystem als $\vec{F}_w = \{F_{wx}, F_{wy}, F_{wz}\}$ und $\vec{F}_\varepsilon = \{F_{\varepsilon x}, F_{\varepsilon y}, F_{\varepsilon z}\}$ angegeben. Der Betrag der einzelnen Komponenten hängt von der Form und Orientierung der Zerspanfläche, sowie der Schnittkraft-Verteilung \vec{f}_A auf dieser ab. Letztere wird in diesem Kontext auch als *Kraftdichte* bezeichnet und hat einen direkten Zusammenhang zu den (von $h_{cu,i}$ abhängigen) Schnittkräften $\vec{F}_{c,i}$ und der Zerspankraft \vec{F}_w :

$$\vec{f}_A(h_{cu,i}) = \frac{1}{A_H} \cdot \sum_{i=1}^{N_{kin}} \vec{F}_{c,i}(h_{cu,i}) \quad (4.2a)$$

$$\vec{F}_w = \iint_{A_H} \vec{f}_A \sqrt{|\det[g]|} \, dx dy, \quad (4.2b)$$

wobei die Anzahl der kinematischen Schneiden N_{kin} und die Ausrichtung der einzelnen Kräfte $\vec{F}_{c,i}$ im Maschinenkoordinatensystem bekannt sein muss. Die Größe $g = J_f^T J_f$ stellt die Metrik (mit der Jacobi-Matrix J_f) auf A_H dar, so dass $\sqrt{|\det[g]|}$ dem Oberflächenelement der jeweiligen Zerspanflächengeometrie entspricht.

Die Aufnahme der makroskopischen Schleif- bzw. Deformationskraft durch die Maschinenanordnung hat eine Systemdeformation, sowie des Bauteils selbst zur Folge. Die Summe dieser einzelnen Komponenten wird *Maschinendeformation* $\vec{\varepsilon}_e$ genannt und durch die allgemeine Kraft–Weg–Abhängigkeit

$$\vec{F}_\varepsilon = \vec{F}_\varepsilon(\vec{\varepsilon}_e) \quad (4.3)$$

determiniert. Sowohl Werkzeug- als auch Werkstückspindel verlassen dabei ihre ursprüngliche Position und entfernen sich (bzgl. der Bauteiloberfläche) voneinander, wodurch das tatsächliche Aufmaß von seiner Vorgabe abweicht. Es ist daher zwischen dem Soll-Aufmaß $z = |\vec{z}_I(\vec{\rho}_H) - \vec{z}_S(\vec{\rho}_H)|$ und seinem wahren Wert

$$z^* = \left| \vec{z}_I(\vec{\rho}_H^*) - \left(\vec{z}_S(\vec{\rho}_H) + \vec{\varepsilon}_e(\vec{F}_\varepsilon) \right) \right| \quad (4.4)$$

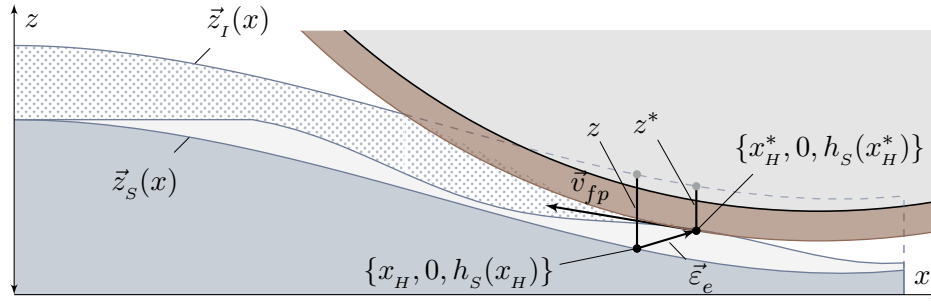


Abbildung 4.1: Schematische zweidimensionale Darstellung der Maschinendeformation und ihrer Auswirkungen anhand des CNC-Formschleifens. Der Aufsetzpunkt $\{x_H^*, 0, h_s(x_H^*)\}$ des Schleifwerkzeugs (braun) befindet sich durch die Deformation $\vec{\varepsilon}_e$ nicht an seiner Vorgabe $\vec{z}_s(x_H) = \{x_H, 0, h_s(x_H)\}$. Das zugehörige Aufmaß z^* ist im Vergleich zu seinem Soll-Wert z reduziert. Dadurch wird die Soll-Form $\vec{z}_s(x)$ nicht erreicht und nur ein Teil des Aufmaßes (gepunktet) abgetrennt, woraus die Formabweichung (hellgrau) resultiert.

zu unterscheiden. Hierbei ist $\vec{z}_s(\vec{\rho}_H^*) = \vec{z}_s(\vec{\rho}_H) + \vec{\varepsilon}_e(\vec{F}_\varepsilon)$ die eigentliche (unbekannte) Position des Schleifpunktes an den Koordinaten $\vec{\rho}_H^*$.

Wie schon in Kapitel 3.2 angedeutet, kann die Systemsteife (und damit der Zusammenhang (4.3)) anisotrop und ortsabhängig sein. In jedem Fall resultiert aus der Abweichung des Schleifpunktes von der ihm vorgegebenen Soll-Kurve eine Veränderung der Prozessgrößen (insbesondere von a_e und A_P) und eine Profil-Abweichung (Formabweichung). Abbildung 4.1 stellt die Situation beim CNC-Formschleifen schematisch dar.

In der Umkehrung dieser Argumentation ist die Maschinendeformation allerdings die notwendige Voraussetzung, um überhaupt Schleifkräfte aufbringen zu können – sie geht immer damit einher. Auf der Zerspanfläche entsteht nur dadurch ein Anpressdruck, welcher das Eindringen der Körner (Spanungsdicken $h_{cu,i}$) und infolgedessen die abrasive Wirkung des Schleifwerkzeugs ermöglicht.

Darüber hinaus werden auch Effekte höherer Ordnung davon beeinflusst. So ändert sich mit der Spanungsdicke auch der Abtrennmodus (siehe Abbildung 2.10) und die mechanische Beanspruchung der Körner. Der erhöhte Widerstand (z. B. Reibung) sorgt dann für einen Anstieg der thermischen Belastung. Gleichzeitig werden die Spanräume des Werkzeugs reduziert, was mit verminderter Kühlung und einem verstärkten Anhaften von Spänen auf der Werkzeugoberfläche („Zusetzen“) einhergehen kann. Die Summe dieser Prozesse wirkt sich i. Allg. negativ auf den Verschleiß der Bindung und der Schneiden, sowie auf die Schleiffähigkeit des gesamten Schleifwerkzeugs aus.

In der Zusammenfassung sind – je nach Zeitskala ihres Wirksamwerdens – zwei verschiedene Arten von Effekten unterscheidbar. Zum Einen kurzfristige Wechselwirkungen, wie die Änderung der Spanungsdicke, der Schleifkraft, der Größe der Kontaktzone, der

Maschinendeformation, usw., welche unmittelbare Auswirkungen auf andere Größen haben. Zum Anderen längerfristige Vorgänge, wie z. B. der Werkzeugverschleiß in Bezug auf ihre mikro-geometrische Form oder ihre Oberflächen- und Schneidenveränderung durch Zusetzen und mechanische bzw. thermische Belastung. Letztere werden durch die kurzfristigen Effekte beeinflusst, summieren sich dann über größere Zeiträume hinweg und wirken letztendlich auf erstere zurück.

Verschiedene mikroskopische und makroskopische Wirkmechanismen bilden also einen Zusammenhang und bedingen einander. Dies gilt sowohl in zeitlicher und auch, in Folge der sich ständig ändernden örtlichen Bedingungen, räumlicher Hinsicht (Ortsabhängigkeit). Daher wird das Zeitspannungsvolumen Q_w , welches vom Schleifwerkzeug geleistet werden kann, durch mehrere Faktoren determiniert.²

Ein Vergleich des momentan geometrisch zufließenden Volumenstroms \dot{V}_w und dem tatsächlich vom Werkzeug (in seinem aktuellen Zustand) geleisteten Zeitspannungsvolumen Q_w stellt den Kerngedanken des Modells dar. Da diese nicht a priori stets den gleichen Betrag aufweisen müssen, ergibt sich die Differentialgleichung erster Ordnung in \dot{V}_w :

$$\ddot{V}_w = Q_w - \dot{V}_w. \quad (4.5)$$

Dieser Ausdruck beschreibt ganz allgemein das Zusammenspiel von Ist- und Soll-Wert des pro Zeiteinheit durch das Schleifwerkzeug zu zerspanenden Materials. Die Größe \dot{V}_w ergibt sich allein aus den makroskopischen Prozessgrößen wie der Vorschubgeschwindigkeit, dem Aufmaß, der Position des Werkzeugs und der Verfahrensvariante, wogegen Q_w primär aus den mikroskopischen Werkzeug- und Werkstoffparametern folgt. Hierzu zählen beispielsweise die Spanungsdicken $h_{cu,i}$, die mittlere Geometrie der Schneiden und ihre Wirksamkeit, die Kornspitzenverteilung, die Härte des Glases, die Zerspankräfte usw. Existiert zwischen beiden Größen eine Differenz, kann also das Werkzeug mehr bzw. nicht so viel Material zerspanen wie gefordert wird, tritt eine Änderung von \dot{V}_w ein.

Im ersten Fall ($Q_w > \dot{V}_w$) würde das Schleifwerkzeug mehr Werkstoff pro Zeiteinheit abführen, als hinzukommt. Da der Zustrom aber durch \dot{V}_w vorgegeben ist, und Q_w nicht dauerhaft größer als \dot{V}_w sein kann (mangels Werkstoffzufluss), ist eine Reduktion von Q_w zwangsläufig. Dadurch verringern sich die Spanungsdicken $h_{cu,i}$ und mit ihnen die aufzubringende Schleifkraft \vec{F}_w (Gleichung (4.2)). In Folge der Zusammenhänge (4.1) und (4.3) gilt dies auch für die Deformationskraft \vec{F}_ε und die Maschinendeformation $\vec{\varepsilon}_e$, wodurch nach Gleichung (4.4) das tatsächliche Aufmaß z^* (also auch der Arbeitseingriff a_e) erhöht wird. Hieraus resultiert aber ein direkter Anstieg des geometrischen Volumenstroms \dot{V}_w selbst ($\dot{V}_w > 0$), so dass Q_w und \dot{V}_w ein gegenläufiges Verhalten aufweisen. Der zweite Fall ($Q_w < \dot{V}_w$) entspricht einer Überlastung des Werkzeugs und stellt das

²Dies bezieht sich auf den *momentanen Prozesszustand*, insbesondere auf die Spanungsdicken $h_{cu,i}$. Das Werkzeug hat *in der jeweiligen Situation* ein bestimmtes Leistungsvermögen, welches von den Prozessgrößen abhängt und sich mit diesen ändert.

Gegenteil des Ersten dar. Der zu hohe Volumenstrom \dot{V}_w kann vom Schleifwerkzeug nur dann zerspannt werden, wenn Q_w entsprechend ansteigt. Dies geschieht durch eine Erhöhung der Spanungsdicken $h_{cu,i}$, aus der dann ein Anwachsen der Schleifkraft, der Deformationskraft und der Maschinendeformation folgt. Im Resultat ergibt sich die Verringerung von z^* , a_e und damit von \dot{V}_w (da $\ddot{V}_w < 0$ gilt). Auch hierbei besitzen Q_w und \dot{V}_w automatisch eine gegenläufige Tendenz.

Das Zeitspannungsvolumen des Werkzeugs ist in dieser Art und Weise selbstregulierend und seine Dynamik wird von Gleichung (4.5) beschrieben. Diese ist, sofern das Kraftgesetz (4.1) keinerlei Trägheitskräfte enthält, aufgrund von $\dot{V}_w = \dot{V}_w(z^*)$ eine i. Allg. nichtlineare Differentialgleichung erster Ordnung in z^* – genauer: eine Annäherung an den Gleichgewichtszustand $Q_w = \dot{V}_w$. Bei Einbeziehung von Trägheitseffekten liegt hingegen die Charakteristik einer Schwingungsgleichung unter Dämpfung und äußerer Erregung vor, wobei letztere für gewöhnlich aperiodisch ist.

In jedem Fall läuft das Schleifwerkzeug dem ausgeglichenen Prozesszustand permanent und mit einer gewissen Latenz hinterher. Sofern zwischenzeitlich keine Änderungen auftreten (z. B. konstante äußere Erregung), wird der stabile Gleichgewichtszustand von $Q_w = \dot{V}_w$ näherungsweise erreicht ($\ddot{V}_w \approx 0$). Die Zeitspanne dafür hängt im Wesentlichen von der Reaktionsgeschwindigkeit des Werkzeugs und den Dämpfungseigenschaften der Anordnung in der Maschine ab.

Da es sich bei dem Ansatz (4.5) um eine allgemeine Bilanzgleichung handelt, ist er im Grunde für jede Art von Abtrennprozess verwendbar. Im Einzelfall muss \dot{V}_w entsprechend der gegebenen Anordnung, den geometrischen Verhältnissen, der Verfahrensvariante und eventuellen Orts- und/oder Zeitabhängigkeiten mit Hilfe der wesentlichen Prozessgrößen formuliert werden. Gleiches gilt für Q_w , welches das Werkzeug bzw. das abtrennende Element charakterisiert. Hierbei muss es sich nicht um ein Schleifwerkzeug handeln, da keinerlei Formeigenschaften oder Verfahrensvarianten vorgegeben sind. Somit werden z. B. selbst Poliervorgänge oder andere abtragende Verfahren mit eingeschlossen. Entscheidend ist auch hier nur, dass das Abtrennverhalten des Werkzeugs eindeutig mit Hilfe der diskutierten/wesentlichen und seinen charakteristischen/spezifischen Größen darstellbar ist. Natürlich werden hierfür i. Allg. Näherungen und empirische Parameter nötig sein, die experimentell zu verifizieren und zu präzisieren sind.

Gleichung (4.5) beschreibt also den Kernprozess, ist aber keineswegs darauf beschränkt. Der Ansatz verfügt über ein hohes Maß an Erweiterbarkeit in Form von Rand- und Nebenbedingungen. So ist es beispielsweise möglich, das Zeitspannungsvolumen eines Schleifwerkzeugs zusätzlich von dessen Verschleißzustand abhängig zu formulieren und diesen wiederum als Funktion des bis dahin insgesamt zerspannten Volumens aufzufassen. Hierfür würde im Term von Q_w der Verschleißzustand hinzugenommen und ein zweiter Ansatz für diesen, in Abhängigkeit vom Integral $\int Q_w dt$, aufgestellt werden. Ein weiteres Beispiel ist die Einbindung von Maschinengrenzen bezüglich des Vorschubs oder der Leistung. Solange sich das System im zugelassenen Bereich befindet, kann es

entsprechend seiner Dynamik (Gleichung (4.5) mit Nebenbedingungen) agieren und erfährt keine Regulierung. Bei potentieller Über- bzw. Unterschreitung der Vorschub- oder Leistungsgrenzen dienen diese jedoch als Begrenzung. In der Lösung des Gleichungssystems können derartige Randbedingungen berücksichtigt werden, so dass die dafür notwendige Zustandsänderung berechenbar ist.

Sowohl die Flexibilität des Ansatzes nach innen (Freiheit in der Formulierungen von \dot{V}_w und Q_w) und außen (Erweiterbarkeit durch Rand- und Nebenbedingungen), als auch sein grundlegender Charakter, erfüllt die in Kapitel 3.2 geforderte, umfassende und allgemeine Herangehensweise. Er erfasst Abtrennprozesse in ihrer wesentlichen Charakteristik und hat das Potential, durch die Hinzunahme von immer komplexeren und komplizierteren Wechselwirkungen kontinuierlich ergänzt und verbessert zu werden. Dabei ist jederzeit die Entscheidung möglich, ob und inwiefern der Erweiterung eine praktische Relevanz zukommt bzw. welches Ziel damit verfolgt wird, und welcher messtechnische oder analytische/numerische Mehraufwand dafür erforderlich ist. Nach Ansicht des Autors ist der Ansatz (4.5) gut als Grundlage für die Beschreibung von Schleifprozessen geeignet (aber nicht darauf beschränkt) und soll im Folgenden dahingehend spezialisiert werden.

Bei den in dieser Arbeit hauptsächlich betrachteten CNC-Formschleif-Prozessen hat die praktische Erfahrung gezeigt, dass die Einstellzeit der Schleifscheiben auf neue Zeitspannungsvolumina im Vergleich zu den Änderungszeiten der Kontaktbedingungen vernachlässigbar klein sind. Sie liegen im Bereich von unter einer Sekunde, während sich die geometrischen Verhältnisse und andere Prozessgrößen meist nur allmählich (über Minuten hinweg) und im Allgemeinen stetig und nicht sprunghaft wandeln [aspheron, 2010]. Daher werden die Schleifwerkzeuge immer nur mit vergleichsweise langsamen und kontinuierlichen Veränderungen belastet.

Aufgrund dieser Eigenschaft ist die Annahme einer quasi-instantanen Werkzeugreaktion gerechtfertigt. Im Verhältnis kann die Einstellzeit der Schleifwerkzeuge also näherungsweise als Null betrachtet werden, wodurch sich Gleichung (4.5) auf

$$\dot{V}_w = Q_w \quad (4.6)$$

spezialisiert. Dies bedeutet, dass sich die Schleifscheibe sofort auf die neuen Bedingungen einstellt, d. h. keinerlei Zeit für eine Annäherung (an den Gleichgewichtszustand) benötigt. Konsequenterweise muss dann auf eine Einbeziehung der oben angesprochenen, möglichen Trägheitskräfte in Q_w verzichtet werden. Auch dieser Punkt ist mit den Erfahrungen der Praxis gut vereinbar, da bisher lediglich mikroskopische und für das Vorschleifen unbedeutende Schwingungen (Vibrationen) beobachtet werden konnten.

Der Ansatz (4.6) stellt einen entscheidenden Schritt dar.

Zum Einen wird er der praktischen Ausrichtung des Modells und seiner Spezialisierung auf das CNC-Formschleifen gerecht, indem er einen – für diesen Prozess – zunächst irrelevanten und untergeordneten Punkt entfernt. Zum Zweiten vereinfacht er gerade

dadurch die Lösbarkeit erheblich und ermöglicht eine weitestgehend analytische Formulierung des Modells in Kapitel 4.2 und 4.3. Für die oben angesprochene Flexibilität und Erweiterbarkeit stellt diese Vereinfachung keine Einschränkung dar. Lediglich das „Einschwingverhalten“ des Werkzeugs wird nicht mehr erfasst, was für die Einhaltung der Rand- und Nebenbedingungen aber unerheblich ist.

Die Lösbarkeit der Gleichungen (4.6) bzw. (4.5) mit ihren Nebenbedingungen hängt von unterschiedlichen Fragestellungen ab. Dabei ist zunächst zu klären, welche Prozessparameter von zentralem Interesse sind und gesteuert werden sollen. Erst dann wird eine Beurteilung der mathematischen Struktur und Auflösbarkeit möglich. Liegt das Ziel des Modells beispielsweise in einer Reduktion der systematischen Formabweichung, so ist das wahre Aufmaß z^* eine wichtige Prozessgröße. In diesem Fall handelt es sich, wie schon besprochen, beim Ausdruck (4.5) um eine gewöhnliche nichtlineare Differentialgleichung erster Ordnung. Hier entscheidet die konkrete Art der Nichtlinearitäten über die analytische Lösbarkeit.

Ist eine numerische Behandlung unumgänglich, so kommen explizite oder implizite Ein- bzw. Mehrschrittverfahren zur Anwendung. Beispiele hierfür sind das *Runge-Kutta-Verfahren* bzw. *Prädiktor-Korrektor-Verfahren* oder *Rückwärtsdifferenzen-Methoden*. Entscheidend sind die Fragen nach dem Rechenaufwand, sowie den Konvergenz- und Stabilitätseigenschaften. Auf die (in dieser Arbeit) verwendeten Methoden wird im Kapitel 5.1 genauer eingegangen. Für eine ausführliche Behandlung der oben genannten Verfahren, siehe [Dahmen und Reusken, 2008, Press u. a., 2007].

4.2 Das Modell des konstanten Zeitspanungsvolumens

In Kapitel 3.2 wurden die typischen Probleme des Schleifprozesses in Bezug auf große bzw. unbestimmte Aufmaße und Zeitspanungsvolumina angesprochen. Die sich während des Prozesses häufig oder auch ständig verändernden geometrischen Verhältnisse bedingen Schwankungen in der Höhe des Arbeitseingriffs, des Zeitspanungsvolumens und damit der Schleifkräfte und der Zerspanleistung. In der Folge entsteht eine instabile, zum Teil beträchtliche Formabweichung und die Gefahr der Überbeanspruchung von Maschine, Werkzeug oder Werkstück, welche nur durch die zeit- und kostenintensive Reduktion³ der Vorschubgeschwindigkeit auf ein (im gesamten Schleifzyklus unverändertes) sicheres Maß abgewendet werden kann.

Die Lösung solcher Probleme ist das Ziel des Modells des konstanten Zeitspanungsvolumens. Den Ausgangspunkt dafür bildet der in Kapitel 2.3.3 vorgestellte Ansatz des konstanten Zeitspanungsvolumens. Er wird neu entwickelt und systematisch formuliert, so dass neben seinen Möglichkeiten und Einschränkungen auch ein analytischer Lösungsweg aufgezeigt wird.

³Infolge der deutlich schlechteren Auslastung von Werkzeug und Maschine.

4.2.1 Grundlegender Ansatz

Aufbauend auf Gleichung (4.6) besteht der erste Schritt in der Feststellung, dass ein konstantes Zeitspannungsvolumen Q_w mit einer ebenfalls unveränderten Zerspanleistung und gleichbleibenden Zerspankräften einhergeht [Klocke und König, 2005]. Da bei einer praxisorientierten Prozessgestaltung in den meisten Fällen keine extremen Kontaktverhältnisse (z. B. geringer Volumenstrom \dot{V}_w bei gleichzeitig sehr hoher Zerspanfläche A_H) zu erwarten sind, kann eine einfache Proportionalität zwischen dem Zeitspannungsvolumen \dot{V}_w bzw. Q_w und den Zerspankräften \vec{F}_w angenommen werden:

$$(\dot{V}_w = Q_w) \propto \vec{F}_w. \quad (4.7)$$

Hierdurch resultiert aus einem konstanten Zeitspannungsvolumen, zusammen mit den Gleichungen (4.1) und (4.3), in Näherung eine gleichbleibende elastische Maschinendeformation $\vec{\varepsilon}_e$ und folglich eine deutliche Stabilisierung der Formabweichung und der Maschinenbelastung. Voraussetzung dafür ist, dass \dot{V}_w bzw. Q_w in einem möglichst großen Bereich unverändert auf einem konstanten Wert gehalten wird.

Der Ansatz (4.6) enthält das geometrisch bedingte und das vom Schleifwerkzeug aufzubringende Zeitspannungsvolumen. Da Ersteres die (mittelbar) zu steuernde Größe ist (siehe auch Gleichung (2.8)), und die Schleifkraft durch Q_w determiniert wird, bedeutet die oben entwickelte Forderung eine Konstanz der rechten Seite:

$$\dot{V}_w = Q_w \stackrel{!}{=} Q_w^* \equiv \text{const.} \quad (4.8)$$

Die linke Seite dieser Beziehung hängt natürlich von der Werkzeug- und Werkstückform, der Zustellung, der Position, der Vorschubgeschwindigkeit usw. ab.

Bemerkenswert ist, dass Gleichung (4.8) selbst keinerlei Kräfte, Glas- oder Schneideigenschaften enthält. Diese Vereinfachung wird durch den Ansatz selbst bewirkt und entspricht der in Kapitel 3.2 zu Grunde gelegten Philosophie. Für die Konstanz der Zerspanleistung sind nach obiger Betrachtung weder Glaseigenschaften noch die von Schleifkörnern erzeugten Effekte oder Kräfte relevant.

Um – von (4.8) ausgehend – konkrete Vorhersagen für die Prozesssteuerung tätigen zu können, ist eine Spezialisierung auf die verwendete Technologie, sowie die eingesetzte Verfahrensvariante notwendig. Erst dann kann \dot{V}_w anhand der geometrischen Verhältnisse und in Abhängigkeit von den Prozessparametern erfasst werden. Im Anschluss ist sowohl die Beurteilung der Lösungswege, als auch die der Vor- und Nachteile des Ansatzes möglich.

4.2.2 Spezialisierung auf das CNC-Formschleifen

Wie schon in den Darstellungen der verwendeten Arbeitsmittel und der Idee des konstanten Zeitspannungsvolumens angesprochen, erfolgt das CNC-Formschleifen bei asphärischen Linsen rotationssymmetrisch zu deren optischer Achse. Das Bauteil ist zentriert auf einem Dorn aufgebracht, welcher in der rotierenden Werkstückspindel eingespannt

ist. Das Schleifwerkzeug befindet sich in der (x, z) -Ebene und wird ausschließlich darin bewegt (Arbeitsebene), wobei es vom Außenrand des Werkstücks zu dessen Zentrum verfährt. Letztere ist mit der optischen und der Rotationsachse identisch, siehe Abbildung 2.6.

Die angesprochene Rotationssymmetrie wird folglich auch auf die erzeugte Soll-Form übertragen und es bietet sich die zusätzliche Verwendung von werkstückbezogenen Zylinderkoordinaten $\vec{r} = \{r, \varphi, z\}$ an, sofern Punkte auf deren Oberfläche bezeichnet werden sollen. Hierbei entspricht $r = 0$ dem Bauteilzentrum und $\varphi = 2\pi k$, $k \in \mathbb{N}$, fällt mit der positiven x -Achse des Maschinenkoordinatensystems zusammen. Dies ist auch mit der Beschreibung der Soll- und Ist-Form durch die Asphärengleichung (2.2) konsistent.

Durch die oben genannte Bindung des Schleifwerkzeugs an die (x, z) -Ebene, wird diese nachfolgend als Bezugsebene für die geometrischen Betrachtung verwendet. Das (im wirksamen Bereich) kugelförmige Werkzeug lässt sich in der (x, z) -Projektion dann auf seine kreisförmige Kontur („Werkzeugkreis“) mit dem Durchmesser d_s reduzieren. Da der Ansatz (4.8) keine Kräfte oder elastischen Maschinendeformationen enthält, befindet sich das Werkzeug immer tangential an der Soll-Form $\vec{z}_s(\vec{\rho})$ und verlässt diese Position (innerhalb des Modells) auch nicht. Es berührt sie am Kontaktpunkt⁴ $\vec{z}_s(\vec{\rho}_H) = \vec{z}_s(\{x_H, 0\}) = \vec{z}_s(x_H)$ und bewegt sich im Laufe der Zeit vom äußeren Werkstückrand nach innen.

Aufgrund der profilbildenden Vorschubbewegung des Werkzeugs und der gleichzeitigen Rotation des Bauteils ist die Bahn des Kontaktpunktes $\vec{r}_H(t)$ auf der Werkstückoberfläche eine Spirale, welche sich mit wachsender Zeit t von außen nach innen fortsetzt. Da $\varphi = \varphi(t)$ gilt, werden die Aufsetzpunkte (Bahnkurve) im Folgenden mit $\vec{r}_H(\varphi)$ bezeichnet und im Werkstückkoordinatensystem angegeben:

$$\vec{r}_H(\varphi) = \{r_H(\varphi), \varphi, h_s(r_H(\varphi))\} \quad (4.9a)$$

$$\vec{r}_H(2\pi k) = \vec{z}_s(x_H) = \{x_H, 0, h_s(x_H)\}, \quad (4.9b)$$

wobei $h_s(x_H)$ die Pfeilhöhe des Bauteils nach Gleichung (2.2) ist und $k \in \mathbb{N}$ gilt. Da die Profilgeschwindigkeit \vec{v}_{fp} und die Werkstückdrehzahl n_w für die Steuerung von Q_w variabel sein müssen und i. Allg. auch sind, kann keine festgelegte Spiralförmigkeit (z. B. eine Archimedische) angenommen werden. Vielmehr ist von unsystematischen Änderungen des Spiralbahnabstandes auszugehen, sofern eine bewusste Festlegung durch die Steuerung unterbleibt. Sein Wert entspricht dem Vorschubeingriff a_f einer ganzen Werkstückumdrehung, so dass er nachfolgend auch mit diesem Symbol bezeichnet wird. Im Koordinatensystem des Bauteils wird die Variabilität von a_f durch eine Winkelabhängigkeit ausgedrückt:

$$a_f(\varphi) = |\vec{r}_H(\varphi - 2\pi) - \vec{r}_H(\varphi)|. \quad (4.10)$$

⁴Wie bereits erläutert, bezeichnet der Ortsvektor $\vec{\rho}$ in $\vec{z}_s(\vec{\rho})$ bzw. $\vec{z}_I(\vec{\rho})$ ein ebenes Koordinatenpaar. Für den Aufsetzpunkt $\vec{z}_s(\vec{\rho}_H)$ gilt $\vec{\rho}_H = \{x_H, 0\}$.

Im Schnitt mit der (x, z) -Ebene besteht die Spiralbahn $\vec{r}_H(\varphi)$ lediglich aus einzelnen Punkten. Bezogen darauf geschieht der Profilvorschub des Schleifwerkzeugs in diskreten Schritten, welche mit den Aufsetzpunkten zwischen Werkzeug und Soll-Form bei $\varphi = 2\pi k$, $k \in \mathbb{N}$, identisch sind. Die Differenz zweier solcher benachbarter Kontaktpunkte ist gerade der zugehörige Spiralbahnabstand bzw. Vorschubeingriff $a_f(2\pi k)$, $k \in \mathbb{N}$.

In der Abbildung 2.8 wird das CNC-Formschleifen im laufenden Prozess schematisch dargestellt. Das Werkzeug hat durch seine Vorschubbewegung das Material zwischen Soll- und Ist-Form schon teilweise abgetrennt und berührt den verbleibenden Rest auf der Zerspanfläche A_H . Geometrisch gesehen „strömt“ das Glas in diese Fläche hinein und wird dort zerspannt. Es ergibt sich der in Gleichung (2.8) angesprochene Volumenstrom \dot{V}_w , wobei \vec{v}_f vereinbarungsgemäß aus der (maschinenbezogenen) Umfangsgeschwindigkeit des Werkstücks \vec{v}_w und der Profilgeschwindigkeit \vec{v}_{fp} am jeweiligen Punkt zusammengesetzt ist (Werkstückkoordinatensystem):

$$\vec{v}_w = \{0, \omega_w r, 0\} \quad (4.11a)$$

$$\vec{v}_{fp} = \{v_{fr}, 0, v_{fa}\} \quad (4.11b)$$

$$\vec{v}_f = \vec{v}_w + \vec{v}_{fp} = \{v_{fr}, \omega_w r, v_{fa}\}. \quad (4.11c)$$

Hierbei ist $\omega_w = 2\pi n_w$ die Winkelgeschwindigkeit des Werkstücks (im Maschinenkoordinatensystem) und v_{fr} bzw. v_{fa} sind die radiale bzw. axiale Komponente der Vorschubgeschwindigkeit. Da das Geschwindigkeitsvektorfeld \vec{v}_f im Allgemeinen verschiedene Werte (Betrag und Richtung) auf der Zerspanfläche A_H annimmt, kann \dot{V}_w zunächst nicht – wie in Gleichung (2.8) – mit Hilfe einer einfachen Projektionsfläche A_P berechnet werden. Statt dessen ist das Integral

$$\dot{V}_w = \iint_{A_H} \vec{v}_f \cdot \vec{n}(A_H) \sqrt{|\det[g]|} \, dx dy \quad (4.12)$$

auszuwerten, wobei $g = J_f^T J_f$ (analog zu Gleichung (4.2b)) die Metrik und $\vec{n}(A_H)$ den normierten Flächennormalenvektor auf A_H darstellt. Das Skalarprodukt $\vec{v}_f \cdot \vec{n}(A_H)$ entspricht dem Zeitspannungsvolumen eines infinitesimalen Flächenelements der Zerspanfläche.

Die Berechnung des Ausdrucks (4.12) ist aus mehreren Gründen problematisch. Zum Einen handelt es sich bei A_H um ein Stück der kugelförmigen Werkzeugoberfläche mit komplizierter Randkurve ∂A_H , siehe Abbildung 4.3. Relativ zur Werkstückoberfläche bewegt sich die Schleifscheibe auf ihrer Spiralbahn und hinterlässt den Abdruck eines Spiraltorus. Dies bedeutet, dass der Übergangsbereich zwischen (der noch unbearbeiteten) Ist- und (der bearbeiteten) Soll-Form das Profil einer Torusoberfläche hat, wobei dessen Abstand zum Bauteilzentrum entsprechend $\vec{r}_H(\varphi)$ geringer wird. Die Randkurve ∂A_H der Zerspanfläche ist nun die Schnittlinie zwischen der Soll-Form, der sphärischen Werkzeug-Mantelfläche an ihrer aktuellen Position und dem Spiraltorus der vorangegan-

genen Umdrehung. Sie wird wesentlich durch die drei Eckpunkte $\{x_A^I, 0, z_A^I\}$, $\{x_A^{II}, y_A^{II}, z_A^{II}\}$ und $\{x_A^{III}, 0, z_A^{III}\}$ bestimmt. Dabei stellen $\{x_A^I, 0, z_A^I\}$ bzw. $\{x_A^{II}, y_A^{II}, z_A^{II}\}$ die Schnittpunkte der Werkzeugkugel mit der Ist-Form $\vec{z}_I(\vec{\rho})$ in der (x, z) -Ebene bzw. in y -Richtung dar, während $\{x_A^{III}, 0, z_A^{III}\}$ in unmittelbarer Nähe des Kontaktpunktes $\{x_H, 0, h_s(x_H)\}$ liegt. Entscheidend für die (aktuelle) Geometrie der Zerspanfläche ist nun, dass der Eckpunkt in y -Richtung $\{x_A^{II}, y_A^{II}, z_A^{II}\}$ – und damit die Randkurve – von der vorhergehenden Umdrehung abhängt. Es ist daher von Bedeutung, wie sich die Spiralbahn während des letzten Umlaufs gestaltet hat, insbesondere wie weit der Aufsetzpunkt von der derzeitigen Position entfernt war:

$$A_H = A_H(\vec{r}_H(\varphi - 2\pi) - \vec{r}_H(\varphi)). \quad (4.13)$$

Durch den Zusammenhang (4.12) erfüllt auch das Zeitspannungsvolumen \dot{V}_w obige Funktionalgleichung. Dieser Sachverhalt wurde als „Vergangenheitsproblem“ schon in Kapitel 2.3.3 erwähnt.

Eine zweite Schwierigkeit bei der Auswertung von Gleichung (4.12) ist sowohl die Spiralform selbst, als auch die Krümmung der Werkstückoberfläche in φ -Richtung wenn $h'_I(x_A^I) \neq 0$ gilt. Der erste Punkt betrifft die aufwendige Berechnung der Schnittlinie zwischen den Oberflächen eines Spiraltorus und einer Kugel. Dieses Problem wird noch durch die Tatsache verstärkt, dass die genaue Bahnform der vergangenen Umdrehung – und damit den Spiralbahnabstand – unbekannt ist. Der zweite Punkt spielt bei allen nicht-planen Bauteilen eine Rolle. Da zur Bestimmung von ∂A_H auch die Ist-Form $\vec{z}_I(\vec{\rho})$ benötigt wird und sich die Zerspanfläche in φ -Richtung ausdehnt, erfolgt die Berechnung der Eckpunkte durch einen Schnitt der oben beschriebenen Schnittlinie aus Werkzeugkugel und -torus mit der (dreidimensionalen) Oberfläche $\vec{z}_I(\vec{\rho})$. Das Problem lässt sich also ohne Näherung nicht auf eine Betrachtung in der (x, z) -Ebene reduzieren. Die Lösung dieses Sachverhalts wird im Zusammenhang mit der Flächenberechnung in Kapitel 4.3.2.1 aufgezeigt. Für die hier relevante Berechnung des geometrischen Zeitspannungsvolumens ist die Kenntnis der Größe von A_H hingegen nicht notwendig. Statt dessen kann das Integral (4.12) nachfolgend durch gut begründete Näherungsannahmen deutlich vereinfacht werden:

Das Vergangenheitsproblem bedeutet die Abhängigkeit des aktuellen Prozesszustandes von einem früheren Zeitpunkt, ausgedrückt durch die Funktionalgleichung (4.10). Eine allgemeine Lösung für den untersuchten Prozess konnte hier nicht hergeleitet werden, da folgende nichtlineare Kopplung vorliegt:

Das geometrische Zeitspannungsvolumen bestimmt sich laut den Gleichungen (4.12) und (4.13) anhand der Differenz $\vec{r}_H(\varphi - 2\pi) - \vec{r}_H(\varphi)$. Eine Stabilisierung von \dot{V}_w erfolgt aber mit Hilfe der Profilgeschwindigkeit \vec{v}_{fp} und/oder der Werkstückdrehzahl n_w , so dass die Spiralbahn $\vec{r}_H(\varphi)$ selbst unmittelbar beeinflusst wird. Der Zusammenhang

$$|\vec{r}'_H(\varphi)| = \frac{|\dot{\vec{r}}_H(t)|}{\dot{\varphi}(t)} = \frac{|\vec{v}_{fp}|}{2\pi n_w} = \frac{|\vec{v}_{fp}| \cdot T}{2\pi} = \frac{a_f}{2\pi} \quad (4.14)$$

verdeutlicht dies, wobei die Rechnung nur für eine archimedische Spirale gilt, alle Beträge auf eine (r, z) -Ebene bezogen sind und $T = 1/n_w$ die Zeit eines Umlaufs darstellt.

Die Lösungsmöglichkeit besteht nun in der Annahme, dass die Werkzeugposition der vorhergehenden Umdrehung – und damit der Spiralbahnabstand – in guter Näherung aus dem aktuellen Zustand berechnet werden kann. Dies ist immer dann erfüllt, wenn die Profilgeschwindigkeit während der Zeit T keine wesentliche Änderung in Betrag oder Richtung erfahren hat, d. h. wenn Soll- und Ist-Form auf der Strecke a_f keine abrupten Unstetigkeiten oder Anstiegsveränderungen aufweisen. Unter diesen Bedingungen lässt sich die Bahnkurve zwischen den beiden Punkten $\vec{r}_H(\varphi - 2\pi)$ und $\vec{r}_H(\varphi)$ als archimedische Spirale annehmen, deren Anstieg bzw. Bahnabstand allein durch den Vorschub $|\vec{v}_{fp}|$ der aktuellen Position bestimmt wird.

In der mathematischen Formulierung bedeutet obige Annahme eine Potenzreihenentwicklung der allgemeinen Spirale (4.9a) in der Radialkoordinate r_H am Kontaktpunkt $r_H(2\pi k) = x_H$, $k \in \mathbb{N}$, bis zur ersten Ordnung in h_s :

$$\vec{r}_H(\varphi) = \{r_H(\varphi), \varphi, h_s(x_H) - (r_H(\varphi) - x_H) h'_s(x_H)\}. \quad (4.15)$$

Anschließend wird für $r_H(\varphi)$ eine archimedische Spirale der Form $r_H(\varphi) = -a/2\pi(\varphi - \varphi^*)$ angesetzt. Über die zwei Freiheitsgrade a und φ^* kann immer eine Deckung mit den Abständen $r_H(\varphi)$ und $r_H(\varphi - 2\pi)$ der Aufsetzpunkte erreicht werden. Aus der Bedingung (4.10) folgt daraus nach kurzer Rechnung der Bahnparameter $a = a_f/\sqrt{1 + h_s'^2(r_H)}$ und somit

$$r_H(\varphi) = -\frac{a_f}{2\pi} \frac{\varphi - \varphi^*}{\sqrt{1 + h_s'^2(r_H)}}. \quad (4.16)$$

Unter Verwendung dieser Beziehung handelt es sich auch bei $\vec{r}_H(\varphi)$ aus Gleichung (4.15) um eine archimedische Spirale, welche die Bedingung (4.10) mit winkelunabhängigem a_f erfüllt. Sie enthält nur noch die Ableitung $h'_s(r_H)$, sowie (über die Beziehung (4.14)) die Profilgeschwindigkeit \vec{v}_{fp} und die Drehzahl n_w am Kontaktpunkt \vec{r}_H . Damit ist eine Lösung der Probleme (4.13) und (4.12) allein mit der Kenntnis des aktuellen Zustandes möglich.

Für den praktischen Einsatz ist diese Vereinfachung völlig ausreichend. Die Asphärenformen sind glatt in dem Sinne, dass alle Ableitungen im Bearbeitungsbereich stetig sind und sie daher keine Ecken oder Knickstellen enthalten. Tatsächlich ist der für die praktischen Bearbeitungsbedingungen typische Bahnabstand von $a_f \approx 0,02 - 0,1$ mm sogar klein genug, um die Soll- und Ist-Form lokal als eben zu betrachten. Darüber hinaus werden zur Zeit- und Kostenoptimierung meist nur solche Werkstücke verwendet, deren Rohform $\vec{z}_I(\vec{\rho})$ dem späteren Endprodukt $\vec{z}_S(\vec{\rho})$ ähneln. Bei der sukzessiven Reduktion des Aufmaßes in mehreren Schleifzyklen ist dies für den letzten – und hinsichtlich der Formabweichung TDS entscheidenden – Durchgang ohnehin automatisch erfüllt.

Eine weitere Vereinfachung des Integrals (4.12) kann durch eine Näherung der Vorschubgeschwindigkeit \vec{v}_f erfolgen. Wie in den Gleichungen (4.11) dargestellt, setzt sich \vec{v}_f aus der Profilgeschwindigkeit \vec{v}_{fp} in der (x, z) -Ebene und der Umfangsgeschwindigkeit \vec{v}_w in der (x, y) -Ebene zusammen. Für das hier untersuchte CNC-Formschleifen ist damit folgende Abschätzung möglich:

Typischer Weise liegen die Profilgeschwindigkeit im Bereich von $|\vec{v}_{fp}| = 5\text{--}60\text{ mm min}^{-1} \approx 0,1\text{--}1\text{ mm s}^{-1}$ und die Drehzahlen bei $n_w = 50\text{--}550\text{ min}^{-1}$. Für die Winkelgeschwindigkeiten bedeutet dies $\omega_w \approx 5\text{--}60\text{ rad s}^{-1}$, wobei unter praktischen Bedingungen $\omega_w \propto |\vec{v}_{fp}|$ gilt, um den Bahnabstand a_f möglichst konstant zu halten (siehe auch Gleichung (4.14)). Ein Vergleich der Umfangsgeschwindigkeit $|\vec{v}_w| = \omega_w r_H$ mit der Profilgeschwindigkeit $|\vec{v}_{fp}|$ zeigt nun, dass letzterer für fast alle Abstände $r_H = |\vec{\rho}_H|$ um mehr als zwei Größenordnungen geringer ist. Lediglich für sehr kleine Poldistanzen findet eine Annäherung statt. Da im praktischen Einsatz dort mit maximalem $|\vec{v}_{fp}|$ und höchster Drehzahl gearbeitet wird, ist die Bedingung $|\vec{v}_{fp}| = |\vec{v}_w|$ erst bei einem Abstand von rund $20\text{ }\mu\text{m}$ erfüllt.⁵ Daher wird folgender Schluss gezogen: Die Profilgeschwindigkeit \vec{v}_{fp} spielt im Gegensatz zu \vec{v}_w für die gesamte Vorschubgeschwindigkeit \vec{v}_f näherungsweise keine Rolle und es gilt (Werkstückkoordinatensystem):

$$\vec{v}_f \approx \vec{v}_w. \quad (4.17)$$

Selbst für die angesprochenen, zunehmend kleineren Polabstände ist diese Approximation vertretbar, da dort (wie noch gezeigt wird) aus geometrischen Gründen $\dot{V}_w \rightarrow 0$ folgt und somit auch die Schleifkraft und die Maschinendeformation verschwindet, siehe 4.3.2. Die Näherung (4.17) hat dann keinen spürbar negativen Einfluss mehr.

Wie schon erwähnt, besteht die Randkurve ∂A_H aus drei Eckpunkten $\{x_A^I, 0, z_A^I\}$, $\{x_A^II, y_A^II, z_A^II\}$, $\{x_A^III, 0, z_A^III\}$ und den Verbindungsstrecken dazwischen. Zwei dieser Punkte liegen auf der x -Achse, während der Dritte in y -Richtung hervorsteht, siehe Abbildung 4.4. Diese Auslenkung ist allerdings sehr klein und gegenüber der x -Koordinate des Aufsetzpunktes i. Allg. zu vernachlässigen. Daher kann man annehmen, dass das Material im Wesentlichen von der Seite, d. h. normal zur x -Achse, in die Zerspanfläche einströmt. Die effektiv wirksame Querschnittsfläche A_p von A_H ist damit einfach ihre Projektion auf die (x, z) -Ebene. Eine volle Auswertung des Integrals (4.12) ist also nicht mehr notwendig, sofern für A_p ein alternativer Ausdruck gefunden werden kann. Abbildung 4.2 zeigt die Situation schematisch. Weiteren Darstellungen befinden sich im Anhang C.1.

Die Projektionsfläche A_p wird von den Werkzeugkonturen der aktuellen und der vorhergehenden Position, sowie von der Ist-Form $\vec{z}_I(\vec{\rho})$ begrenzt. In Übereinstimmung mit der Reihenentwicklung (4.15) kann der Verschiebungsweg – d. h. der Spiralbahnabstand a_f – zwischen diesen beiden Kreisen als linear in Richtung der Profilgeschwindigkeit \vec{v}_{fp} angenommen werden. Legt man diesen Verschiebungsgedanken zu Grunde, so lässt sich

⁵Dies bedeutet dann einen Winkel von 45° zwischen \vec{v}_f und der x -Achse.

A_P einfach aus

$$A_P = a_e \cdot a_f \quad (4.18)$$

berechnen. Die Zustellung a_e entspricht dabei dem senkrechten Abstand von der Geraden, welche der Vektor \vec{v}_{fp} beschreibt, zu dem Schnittpunkt $\vec{z}_I(x_A^I)$ der aktuellen Werkzeugkontur mit der Ist-Form.

Dies ist insofern bemerkenswert, da der Arbeitseingriff a_e wesentlich von der Vorschubrichtung determiniert wird und somit nur bei Planflächen mit dem Aufmaß z des jeweiligen Schleifdurchgangs übereinstimmt. Bei geneigten und gekrümmten Bauteilformen kann er, obwohl überall $z = \text{const}$ gilt, starken Schwankungen unterliegen. Dies ist darin begründet, dass der Schnittpunkt $\vec{z}_I(x_A^I)$ und der Aufsetzpunkt des Werkzeugs $\vec{z}_S(x_H)$ in radialer Richtung auseinander liegen, wodurch für die Zustellung (der aktuellen Position) die Ist-Form weiter innen (bzgl. der x -Achse) entscheidend ist, siehe Abbildung 4.2. Konvexe Formen erzeugen im Vergleich zu z ein niedrigeres a_e (wie in Abbildung 4.2), während konkave Verläufe einen deutlich höheren Arbeitseingriff und damit einen unerwartet hohen geometrischen Volumenstrom bedeuten können, siehe Abbildung C.1.

Mit Hilfe der Näherungen (4.17), (4.16) und (4.18) kann das geometrische Zeitspannungsvolumen \dot{V}_W im Sinne der Gleichung (2.8) als

$$\dot{V}_W = \omega_W x_P \cdot A_P = \omega_W x_P \cdot a_e a_f \quad (4.19)$$

formuliert werden, wobei x_P die x -Komponente des Flächenschwerpunktes \vec{s}_P von A_P darstellt. Dieser ist notwendig, um der radialen Ausdehnung der Projektionsfläche gerecht zu werden. Der Gleichung (4.19) liegt das Prinzip der *zweiten Guldinschen Regel* zu Grunde, welche besagt, dass das Volumen eines Rotationskörpers (das Spannungsvolumen einer Umdrehung) dem Produkt aus der erzeugenden Querschnittsfläche mit dem Umfang ihres Schwerpunktkreises entspricht.

Durch ein Gleichsetzen der Zeiten für eine vollständige Werkstückumdrehung $T = 1/n_W$ und für die Bewältigung des Bahnabstandes $T^* = a_f/|\vec{v}_{fp}|$ ergibt sich:

$$a_f = \frac{|\vec{v}_{fp}|}{n_W} = \frac{2\pi}{\omega_W} \cdot |\vec{v}_{fp}|. \quad (4.20)$$

Diese Beziehung folgt direkt aus den Verhältnissen bei einer archimedischen Spirale und kann auch aus Gleichung (4.14) gewonnen werden. Damit lässt sich (4.19) in die Form

$$\dot{V}_W = 2\pi x_P \cdot a_e |\vec{v}_{fp}| \quad (4.21)$$

bringen. Für die noch unbekannten Größen x_P und a_e ist eine Formulierung in Abhängigkeit von dem Aufsetzpunkt $\vec{z}_S(x_H)$ und dessen Ableitung $\vec{z}'_S(x_H)$, sowie dem Schnittpunkt $\vec{z}_I(x_A^I)$ und dem Durchmesser des Werkzeugkreises d_S möglich.

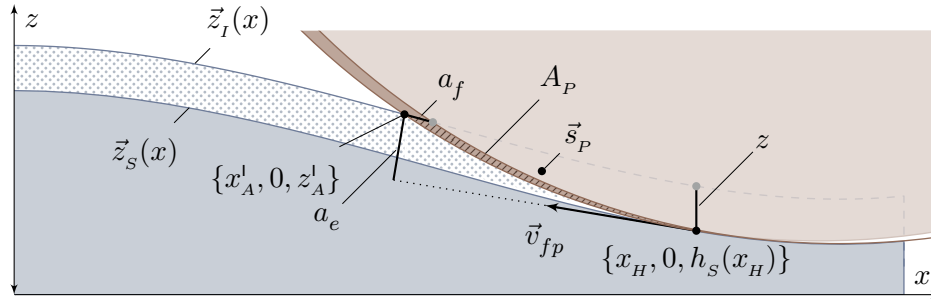


Abbildung 4.2: Schematische Darstellung von Prozessgrößen beim CNC-Formschleifen. Der Kontaktpunkt $\{x_H, 0, h_s(x_H)\}$ befindet sich auf der Soll-Form $\bar{z}_s(x)$. Der senkrechte Abstand zur Ist-Form $\bar{z}_I(x)$ ist das ortsabhängige Aufmaß z . Die Werkzeugkreise der aktuellen (dunkelbraun) und der vorhergehenden (hellbraun) Position schließen mit $\bar{z}_I(x)$ die Querschnittsfläche A_P (schraffiert) ein. Aus der Profilgeschwindigkeit \vec{v}_{fp} resultiert der Bahnabstand a_f und die Zustellung a_e .

Zunächst kann entsprechend der Gleichungen (4.14) und (4.9b) in der (x, z) -Ebene der Zusammenhang

$$\vec{r}'_H(2\pi k) = \bar{z}'_s(x_H) = \frac{\dot{\bar{z}}_s(x_H)}{\dot{x}_H} = \frac{\vec{v}_{fp}}{v_{fr}}, \quad k \in \mathbb{N} \quad (4.22)$$

mit $v_{fr} = \dot{x}_H$ hergestellt werden. Da – wie schon erwähnt – der Arbeitseingriff a_e dem senkrechten Abstand zwischen der von \vec{v}_{fp} bzw. $\bar{z}'_s(x_H)$ definierten Gerade und dem Punkt $\bar{z}_I(x_A^I)$ entspricht, gilt in vektorieller Schreibweise:

$$a_e = \frac{1}{|\bar{z}'_s(x_H)|} \cdot \left| \left(\bar{z}_I(x_A^I) - \bar{z}_s(x_H) \right) \times \bar{z}'_s(x_H) \right|. \quad (4.23)$$

Zur Berechnung von x_P ist die x -Komponente des Flächenschwerpunktvektors \vec{s}_P auszuwerten. Hierzu ist es sinnvoll, diesen zunächst für eine horizontale Verschiebung der Werkzeugkonturen (um den Bahnabstand), d. h. in einem lokalen, mitbewegten Koordinatensystem, welches tangential an der Soll-Form liegt, zu bestimmen. In diesem System wird er nachfolgend mit $\vec{s}_P^* = \{x_P^*, 0, z_P^*\}$ bezeichnet und die Rechnung liefert:

$$x_P^* = -\frac{a_f}{2} + \sqrt{a_e \cdot (d_s - a_e)} \left(\frac{d_s}{4a_e} - \frac{1}{2} \right) + \frac{d_s^2}{4a_e} \left(\arctan \left[\sqrt{d_s/a_e - 1} \right] - \frac{\pi}{2} \right) \quad (4.24a)$$

$$z_P^* = \frac{a_e}{2}. \quad (4.24b)$$

Eine Transformation in das Maschinenkoordinatensystem erfolgt dann, unter Verwendung des in der (x, z) -Ebene liegenden, zu $\bar{z}'_s(x_H)$ normalen Vektors $\vec{n}(x_H) = \{-h'_s(x_H), 0, 1\}$

durch:

$$\vec{s}_P = \vec{z}_S(x_H) + x_P^* \cdot \frac{\vec{z}'_S(x_H)}{\sqrt{1 + h_S'^2(x_H)}} + z_P^* \cdot \frac{\vec{n}(x_H)}{\sqrt{1 + h_S'^2(x_H)}}. \quad (4.25)$$

Für die gesuchte x -Komponente des Schwerpunktes x_P errechnet man daraus

$$x_P = x_H + \frac{x_P^*}{\sqrt{1 + h_S'^2(x_H)}} - \frac{z_P^* \cdot h'_S(x_H)}{\sqrt{1 + h_S'^2(x_H)}}, \quad (4.26)$$

mit x_P^* bzw. z_P^* aus (4.24). Diese beiden Gleichungen gelten in dem Fall, dass die Schleifscheibe tangential an der Soll-Form liegt, d. h. dass $x_H \leq d_w/2$ gilt.

Für den äußeren Bereich, bei dem das Werkzeug erst in das Material einfährt und damit noch nicht das volle Aufmaß bearbeitet, müssen die Zusammenhänge (4.24) hingegen erweitert werden. Es gibt dann neben dem eigentlichen Schnittpunkt $\vec{z}_I(x_A^I)$ einen weiteren, welcher im inneren Bereich mit dem Aufsetzpunkt $\vec{z}_S(x_H)$ zusammenfällt, im Außenbereich allerdings davon getrennt ist. Es handelt sich um den Schnittpunkt zwischen dem Werkzeugkreis und der Mantelfläche (dem Rand) des Werkstücke bzw. der Ist-Form. Da diese Erweiterung für die hier vorgestellte Herleitung nur eine untergeordnete Rolle spielt, wird aus Gründen der Übersichtlichkeit darauf verzichtet. Im Wesentlichen treten alle Terme von (4.24) ein zweites Mal auf, unter Verwendung des durch den zweiten Schnittpunkt reduzierten Arbeitseingriffs.

Mit Hilfe der Ausdrücke (4.22) und (4.23) lässt sich \dot{V}_w in seine abschließende Form

$$\dot{V}_w = 2\pi x_P \cdot \left| \left(\vec{z}_I(x_A^I) - \vec{z}_S(x_H) \right) \times \vec{z}'_S(x_H) \right| \cdot v_{fr} \quad (4.27)$$

bringen, wobei x_P entsprechend (4.26) und (4.24) einzusetzen ist. In diesem Zusammenhang werden die Vorteile der oben genannten, gut begründbaren Vereinfachungen gegenüber dem Integral (4.12) sichtbar. Die Komplexität der Berechnung ist deutlich reduziert und nahezu alle Größen lassen sich unmittelbar auswerten. Lediglich für den Schnittpunkt $\vec{z}_I(x_A^I)$ ist i. Allg. eine numerische Behandlung notwendig. Er kann nur für solche Ausgangsformen analytisch gefasst werden, welche durch eine Funktionsgleichung gegeben sind, bei der die Berechnung des Schnittpunktes mit dem Werkzeugkreis durchführbar ist. Handelt es sich bei $\vec{z}_I(\vec{\rho})$ jedoch um Messdaten oder Asphären nach (2.2), so ist dies nicht allgemein möglich.

Wie schon bei der Bestimmung des Schwerpunktabstandes in Gleichung (4.25), so ist auch der Ausdruck (4.27) auf den wesentlichen, inneren Kontaktbereich eingeschränkt, in dem das Werkzeug die Soll-Form tangential berührt. Für die äußere Zone muss auch hier der angesprochene, zweite Schnittpunkt berücksichtigt werden. Eine solche Erweiterung dient allerdings allein der Umsetzung des Prinzips $\dot{V}_w = Q_w^* \equiv \text{const}$ und der Verkürzung von Prozesszeiten. Für die Verbesserung der Formgenauigkeit sind die Verhältnisse im Außenbereich hingegen unbedeutend, da das Schleifwerkzeug dort noch

keine endgültige Oberfläche hinterlässt.⁶ Auch zur Vermeidung von Überlastzuständen besteht dafür keine Notwendigkeit, da ohne die Erweiterung der Arbeitseingriff a_e und der Radius des Schwerpunktkreises x_p fälschlicher Weise immer als zu groß und \dot{V}_w damit automatisch zu klein berechnet würde. Einzig um die Maschinenbelastung konsequent konstant zu halten und die Schleiffähigkeit des Werkzeugs in diesem Sinne optimal nutzen zu können, ist die Betrachtung des Außenbereichs sinnvoll.

Gleichung (4.27) stellt nun die gesuchte Lösung des Ansatzes (4.8) dar. Sie enthält neben den geometrischen Größen x_p , $\vec{z}_I(x_A^I)$, $\vec{z}_S(x_H)$ und $\vec{z}'_S(x_H)$ als einzigen steuerbaren Prozessparameter die radiale Komponente v_{fr} der Vorschubgeschwindigkeit. Mit vorgegebenem Zeitspannungsvolumen Q_w^* entsprechend der Gleichung (4.8) folgt:

$$v_{fr} = \frac{Q_w^*}{2\pi x_p} \cdot \left| \left(\vec{z}_I(x_A^I) - \vec{z}_S(x_H) \right) \times \vec{z}'_S(x_H) \right|^{-1}. \quad (4.28)$$

Zusammen mit der Gleichung (4.22) kann daraus für alle Aufsetzpunkte eine eindeutige Profilgeschwindigkeit \vec{v}_{fp} errechnet werden, so dass $\dot{V}_w = Q_w^* \equiv \text{const}$ stets erfüllt ist. Da (4.28) weder von dem Spiralbahnabstand/Vorschubeingriff a_f noch von der Werkstückdrehzahl n_w abhängt, ist nach (4.14) eine freie Entscheidung zwischen diesen Größen möglich. Je nach Anforderung an den Prozess, das Bearbeitungsergebnis und die -mittel, kann ein örtlich oder zeitlich definierter Verlauf für a_f bzw. n_w vorgegeben werden – die jeweils andere Größe wird dann dadurch determiniert.

In Bezug auf asphärische Linsen ist es beispielsweise wichtig, den Spiralbahnabstand nach oben zu begrenzen, da die Schleifbahn des Werkzeugs ansonsten deutlich als Welligkeit heraustritt. Die Lösung (4.28) ermöglicht dies weitestgehend bei gleichzeitig konstanter Maschinenbelastung.

Im letzten Satz ist eine Einschränkung enthalten. Bei genauerer Betrachtung des Zusammenhangs (4.28) stellt sich ein divergentes Verhalten von v_{fr} , also auch von \vec{v}_{fp} , bei sehr kleinen Poldistanzen heraus, d. h.

$$\vec{v}_{fp} \xrightarrow{x_H \rightarrow 0} \infty. \quad (4.29)$$

Dieser Zusammenhang ist aus geometrischen Gründen völlig klar. Sowohl der Flächenschwerpunkt x_p , als auch der Arbeitseingriff a_e werden in Richtung der Rotationsachse (für geringe Polabstände) immer kleiner. Für a_e gilt dies ab dem Polabstand x_H , bei dem der Schnittpunkt $\vec{z}_I(x_A^I)$ mit der z -Achse zusammenfällt und die Ist-Form vollständig verschwunden ist. Der Randbereich zwischen $\vec{z}_S(\vec{\rho})$ und $\vec{z}_I(\vec{\rho})$ besteht dann in einer kegelförmigen Struktur, deren Höhe mit x_H zunehmend geringer wird.

Hinsichtlich der erreichbaren Vorschubgeschwindigkeiten und Drehzahlen sind die Schleifmaschinen naturgemäß beschränkt, wobei die maximale Drehzahl der Werkstück-

⁶Der Kontaktpunkt liegt in diesem Bereich noch nicht auf der Soll-Form, so dass bei jeder Werkstückumdrehung die zuvor realisierte Oberfläche erneut geschliffen wird.

spindel den wesentlichen limitierenden Faktor darstellt, siehe auch Tabelle B.1. Um dem Bahnabstand a_f von $\vec{r}_H(\varphi)$ nicht über ein kritisches Maß hinaus anwachsen zu lassen, muss nach Erreichen der höchsten Spindeldrehzahl n_w auch der Profilver Schub begrenzt werden. Als Folge dieser Maßnahmen fällt das Zeitspannungsvolumen kontinuierlich bis zur Rotationsachse ($r_H(\varphi) = 0$ bzw. $x_H = 0$) auf Null. Die dadurch ebenfalls sinkende Schleifkraft bedingt eine zunehmend geringere Deformation $\vec{\varepsilon}_e$, so dass es zu der in Kapitel 3.2 angesprochenen Vertiefung im Bauteilzentrum kommt. Dies ist innerhalb des hier vorgestellten Modells nicht zu verhindern.

Das Steuerungsziel der konstanten Maschinenbelastung (entsprechend Gleichung (4.8)) kann daher mit dem beschriebenen Fertigungsverfahren und dem Modell des konstanten Zeitspannungsvolumens nur auf einem gewissen Teil von $\vec{z}_l(\vec{\rho})$ realisiert werden, welcher im Allgemeinen aber deutlich größer als der Bereich mit Vorschubbegrenzung ist. Für die in Kapitel 5.2 und 5.3 vorgestellten experimentellen Ergebnisse wurden Linsen mit einem Durchmesser von $d_w = 50\text{--}85\text{ mm}$ verwendet. Die Begrenzungsregion hat dabei einen Polabstand von $x_H \approx 0\text{--}10\text{ mm}$, so dass rund 84–94 % der Linsenoberflächen mit konstantem Zeitspannungsvolumen bearbeitet werden konnten. Der Nutzen des Ansatzes ist deutlich erkennbar, siehe auch Kapitel 5.2.

Die Lösung (4.28) ist nach den in Kapitel 3.2 herausgearbeiteten Forderungen an ein einheitliches Modell aus dem allgemeinen Ansatz (4.6) unter Spezialisierung auf das verwendete CNC-Formschleifen entwickelt worden. Er basiert auf der Idee der Leistungsstabilisierung durch ein definiertes, möglichst konstantes Zeitspannungsvolumen als wesentliche Wechselwirkung und enthält nur die dafür relevanten geometrischen und dynamischen Prozessgrößen. Diese sind in einem Zusammenhang dargestellt, so dass ihre gegenseitige Beeinflussung analysiert werden kann. Darüber hinaus sind sie nicht auf konkrete Ausgangsformen eingeschränkt, wodurch die Bearbeitung eines großen Spektrums an Soll- und Ist-Formen möglich wird. Des Weiteren setzt die Gleichung (4.28) auch nicht zwingend ein konstantes Zeitspannungsvolumen $\dot{V}_w = Q_w^* \equiv \text{const}$ voraus. Statt dessen besteht die Möglichkeit, einen räumlichen und/oder zeitlichen Verlauf $\dot{V}_w = \dot{V}_w(x_H, t)$ den Anforderungen entsprechend festzulegen und so eine gewisse Flexibilität zu erhalten.

Die Unzulänglichkeiten des Modells betreffen hauptsächlich den Bereich des Bauteilzentrums. Es konnte gezeigt werden, dass das Konzept (4.8) für kleine Polabstände nicht durchführbar ist und folglich dort auch keine Verbesserung liefert. Eine Lösung dieser Problematik kann nur durch einen neuen, kraftorientierten Ansatz erfolgen. Dieser muss einerseits den elastischen Eigenschaften der Anordnungen in den Schleifmaschinen gerecht werden und andererseits die Zerspankräfte in Abhängigkeit von Werkzeug- und Glasparametern, sowie den geometrischen Verhältnissen erfassen. Im folgenden Unterkapitel wird mit dem Modell des Kräftegleichgewichts ein dahingehender Versuch unternommen.

4.3 Das Modell des Kräftegleichgewichts

Mit dem in Kapitel 4.2 vorgestellten Modell des konstanten Zeitspannungsvolumens erfolgt ein wichtiger Schritt in der Prozesssteuerung zur Minimierung der Profil-Abweichung. Vom Ansatz (4.6) ausgehend, besteht der zentrale Grundgedanke im Konstanthalten des Zeitspannungsvolumens bzw. der Maschinenbelastung und damit der Maschinendeformation $\vec{\epsilon}_e$. Aufgrund des divergenten Verhaltens der Lösung (4.28) scheitert dieses Vorhaben allerdings im Bereich des Werkstückzentrums. Es zeigt sich, dass ein erweitertes Modell gefunden werden muss, welches die Wechselwirkung zwischen den Deformations- und den Schleifkräften erfasst und daraus eine neue Optimierungsstrategie ableitet. Auf diesem Weg wird das Ziel einer möglichst hohen Formgenauigkeit bei gleichzeitiger effektiver Ausnutzung der vorhandenen Arbeitsmittel erreicht. Die hohe Flexibilität hinsichtlich der Soll- und Ist-Formen wird sowohl erhalten, als auch mit Hilfe weiterer material- und werkzeugspezifische Parameter ausgebaut. Damit kann eine nochmalige Steigerung der ökonomischen Effektivität des Schleifprozesses bewirkt werden.

4.3.1 Grundlegender Ansatz

Wie schon im Modell des konstanten Zeitspannungsvolumens, so bildet auch hier – beim Modell des Kräftegleichgewichts – der Ansatz (4.6) den zentralen Ausgangspunkt. Dies bedeutet, dass auch bei den neu mit einbezogenen Kräften und Deformationen eine quasi-instantane Änderung (also hinreichend schnelle Einstellung auf neue Verhältnisse) angenommen wird. Insbesondere findet keine Behandlung von Trägheitseffekten statt, welche durch von Null verschiedene Einstellzeiten und -schwingungen charakterisiert sind. An Stelle der Differentialgleichung (4.5) ist so nur die einfachere Bilanzgleichung (4.6) zu lösen. Nach den vorliegenden praktischen Erfahrungen (siehe auch Kapitel 4.1) ist diese Vereinfachung des Schleifvorgangs im Allgemeinen gerechtfertigt.

Einen weiteren Ausgangspunkt liefert die Gleichung (4.7). Nach wie vor wird von der Beobachtung ausgegangen, dass eine Proportionalität zwischen dem Zeitspannungsvolumen \dot{V}_w und der Zerspankraft \vec{F}_w besteht. Im Gegensatz zum Modell des konstanten Zeitspannungsvolumens reicht die alleinige Feststellung dieser Tatsache aber nicht mehr aus. Vielmehr muss der Zusammenhang konkretisiert werden, wobei eine nichtlineare Wechselwirkung wahrscheinlich ist. Letzteres folgt aus dem bekannten Sachverhalt, dass schon Diamantschleifwerkzeuge über eine nicht-triviale Kornspitzenverteilung $C_{stat} = C_{stat}(h_{cu,i})$ ihrer in Geometrie und Größe variablen Schneiden verfügen, wodurch die Kräfte zum Eindringen in dem Werkstoff keinen linearen Verlauf aufweisen können. Entsprechend der Darstellungen in Kapitel 2.2.2 hängt auch die Wirksamkeit jedes einzelnen Schleifkorns nichtproportional von seiner Spanungsdicke $h_{cu,i}$ ab.

Aus diesen Betrachtungen folgt, dass der Fokus des neuen Modells nicht mehr nur auf dem Zeitspannungsvolumen, sondern auf dem Zusammenspiel aller auftretenden Kräfte liegen muss. Im Unterschied zur Gleichung (4.8) wird das Grundmodell daher um einen

expliziten, *kraftorientierten Ansatz* erweitert:

$$\dot{V}_w = Q_w(h_{cu,i}) \quad (4.30a)$$

$$-\vec{F}_\varepsilon = \vec{F}_w(h_{cu,i}), \quad (4.30b)$$

wobei die Beziehung (4.1) verwendet wurde und die rechten Seiten von allen individuellen Spannungsdicken $h_{cu,i}$ abhängig sind. Die Forderung an ein konstantes Zeitspannungsvolumen $\dot{V}_w = Q_w^* \equiv \text{const}$ muss dabei fallen gelassen werden. Aus Gleichung (4.2b) folgt für den zweiten Zusammenhang außerdem:

$$\vec{F}_w(h_{cu,i}) = \iint_{A_H} \vec{f}_A(h_{cu,i}) \sqrt{|\det[g]|} \, dx dy. \quad (4.31)$$

Wie die Ausführungen in Kapitel 4.2.2 gezeigt haben, muss die Zerspanfläche A_H nicht notwendigerweise linear von der Zustellung a_e (also von \dot{V}_w bzw. Q_w) abhängen. Die Zerspankraft \vec{F}_w in Gleichung (4.31) ist direkt davon betroffen, wobei noch über die (i. Allg. ebenfalls nichtlineare) Abhängigkeit $\vec{f}_A = \vec{f}_A(h_{cu,i})$ zu integrieren ist. Die oben vermutete Nichtlinearität der Wechselwirkung (4.30b) wird durch diesen Sachverhalt ebenfalls wahrscheinlich.

In Bezug auf den geometrischen Volumenstrom \dot{V}_w und dessen Verbindung zur Zerspanleistung gilt das in Kapitel 4.2.1 Gesagte. \dot{V}_w hängt weiterhin von der Werkzeug- und Werkstückform, der Zustellung, der Position des Aufsetzpunktes, der Vorschubgeschwindigkeit und anderen Größen ab und muss für die jeweilige Verfahrensvariante spezialisiert werden. Wie schon in Gleichung (4.8) ausgedrückt, so bedeutet auch (4.30a), dass das Werkzeug den geometrisch bedingten Volumenstrom aufnimmt und zerspannt. Der Unterschied zum Modell des konstanten Zeitspannungsvolumens ist allerdings die Nicht-Konstanz des vom Schleifwerkzeug zu erbringenden Zeitspannungsvolumens Q_w und dessen Abhängigkeit von bzw. Wirkung auf die Spannungsdicken $h_{cu,i}$. Während also die Spannungsdicken in Gleichung (4.8) keine Rolle spielen, so sind sie im Ansatz (4.30a) der zentrale Bestandteil. Mit steigendem \dot{V}_w muss sich auch Q_w vergrößern, was nur durch eine Erhöhung des mikroskopischen Gesamt-Spannungsquerschnitts $A_{cu,ges}$ oder der Wirkgeschwindigkeit $|\vec{v}_e|$ zu erreichen ist. Die Steigerung von $A_{cu,ges}$ ist dabei nicht direkt beeinflussbar und hängt von mehreren Faktoren ab. Zum Einen nimmt sowohl die Anzahl der kinematischen Schneiden N_{kin} , als auch der effektive Wirkungsquerschnitt $A_{cu,i}$ (Spannungsquerschnitt) jedes einzelnen Korns mit der Spannungsdicke zu. Zum Anderen entscheidet gleichermaßen die Größe der Zerspanfläche über N_{kin} , so dass alle drei Effekte den Gesamt-Spannungsquerschnitt und damit die Wirksamkeit des Schleifwerkzeugs vergrößern.

Im Gegenzug bedeutet das tiefere oder vermehrte Eindringen von Schleifkörnern einen höheren Kraftaufwand. Jedes einzelne Korn muss gegen den (mit $h_{cu,i}$ zunehmenden) Widerstand des Materials während der Schnittbewegung gehalten werden. Diese einzelnen Schnittkräfte $\vec{F}_{c,i}$ erzeugen auf der Zerspanfläche die Kraftdichte \vec{f}_A und summieren

sich zur Zerspankraft \vec{F}_w auf, siehe Gleichung (4.2a) und (4.31). Die Folge ist, entsprechend der Gleichungen (4.1), (4.3) und (4.4), eine verstärkte Deformation $\vec{\varepsilon}_e(\vec{F}_e)$ der Anordnung aus Werkzeug- und Werkstückspindel und dadurch eine Verringerung des tatsächlichen Aufmaßes z^* . Geometrisch bedingte Prozessgrößen wie der Volumenstrom \dot{V}_w oder die Zerspanfläche A_H sind direkte Funktionen von z^* und erfahren ebenfalls eine unmittelbare Änderung. Nach den Gleichungen (4.30) und (4.31) ist die daraus resultierende Rückwirkung auf die Spanungsdicken $h_{cu,i}$ klar.

Der allgemeine Zusammenhang (4.3) von Deformation $\vec{\varepsilon}_e$ und zugehöriger Kraft \vec{F}_e wird durch die elastische Kraft–Deformations–Abhängigkeit (Steifigkeit) der Maschinenanordnung bestimmt. Diese kann sowohl mit der Belastungsrichtung als auch dem Ort variieren und muss anhand der gegebenen Geometrie spezialisiert und vermessen werden. Da im Allgemeinen auch Querkraften auftreten können, ist die Beschreibung durch eine Steifigkeitsmatrix C angebracht. Die Bestimmung von $\vec{\varepsilon}_e$ erfolgt dann durch die Auflösung der Abhängigkeit

$$\vec{F}_e = \vec{F}_e(\vec{\varepsilon}_e, C) \quad (4.32)$$

am jeweiligen Aufsetzpunkt.

Mit Gleichung (4.32) ist nun der letzte, für den Ansatz relevante Aspekt vorgestellt. Die Kopplung zwischen dem geometrisch vorgegebenen und dem vom Schleifwerkzeug erreichbaren Zeitspanungsvolumen \dot{V}_w bzw. Q_w besteht in der unvermeidlichen Maschinendeformation $\vec{\varepsilon}_e$, welche einerseits das tatsächliche Aufmaß z^* verringert, und andererseits für die notwendige Schleifkraft \vec{F}_w und damit für die abrasive Wirkung der Schleifkörner (über $h_{cu,i}$ und $A_{cu,ges}$) sorgt. Die Veränderung einer dieser Größen wirkt auf die Übrigen und damit schlussendlich auf sich selbst zurück. Dieses „System aus Rückkopplungen“ wird daher von den Proportionalitäten

$$\dot{V}_w \propto A_P \propto z^* \propto |\vec{\varepsilon}_e|^{-1} \quad (4.33a)$$

$$Q_w \propto A_{cu,ges} \propto h_{cu,i} \propto |\vec{F}_w| = |\vec{F}_e| \propto |\vec{\varepsilon}_e| \quad (4.33b)$$

bestimmt, wobei sich die bereits besprochene, gegensätzliche Abhängigkeit von \dot{V}_w und Q_w bezüglich der Maschinendeformation $\vec{\varepsilon}_e$ zeigt. Letztere wirkt mittelbar auf \dot{V}_w und Q_w ein, indem sie die zugehörigen makroskopischen und mikroskopischen Prozessgrößen beeinflusst.

Aus den Zusammenhängen (4.33) folgt, dass es immer einen *Gleichgewichtszustand* zwischen dem geometrisch bedingten und dem vom Werkzeug leistbaren Zeitspanungsvolumen gibt, welcher entsprechend (4.30a) natürlich durch $\dot{V}_w = Q_w$ charakterisiert ist. Der Deformationsvektor $\vec{\varepsilon}_e$ stellt sich dabei so ein, dass die Schleif- und Deformationskraft nach (4.1) ebenfalls ausbalanciert sind, d. h. den gleichen Betrag und genau entgegengesetzte Richtungen aufweisen. Ihre vektorielle Summe ist Null und der beschriebene Zustand damit – mangels resultierender Kräfte – in dieser Hinsicht stabil. Entsprechend

der Voraussetzung (4.6) handelt sich um ein *quasi-statisches Gleichgewicht*, d. h. es erfolgt keine Änderung der betreffenden Größen bei sonst konstanten Verhältnissen. Das Werkzeug nimmt diesen Zustand stets und unmittelbar ein, und es finden keine Einstellvorgänge oder Schwingungen um die Gleichgewichtslage statt.

Für das Modell des Kräftegleichgewichts ist obiger Ausgleichs-Gedanke der erste wesentliche Kernpunkt. Das Ziel ist es, die ortsabhängige Deformation $\vec{\varepsilon}_e$ (in Betrag und Richtung) aus Gleichung (4.32) vorherzusagen und während des Prozesses entgegengesetzt vorzuhalten. Hierdurch ließe sich – unter optimalen Bedingungen – eine Formabweichung des Schleifergebnisses nahezu vermeiden. Lediglich die verfahrensbedingte Rauheit würde bestehen bleiben und erst in den nachfolgenden Poliervorgängen reduziert werden. Voraussetzungen für dieses Vorhaben ist, dass die Zusammenhänge (4.30) und (4.32) bekannt und validiert sind. Des Weiteren muss die eindeutige (analytische und/oder numerische) Auflösbarkeit nach $\vec{\varepsilon}_e$ gewährleistet sein.

Die Einbeziehung und Berechnung der Deformation bedeutet, dass das Schleifwerkzeug – im Gegensatz zum Modell des konstanten Zeitspannungsvolumens – auch in der theoretischen Beschreibung die Soll-Form verlässt, dass sich also der Kontaktpunkt in Wahrheit an einer neuen, noch *unbekannten Position* $\vec{r}_H^*(t)$ und unter den dort vorherrschenden Kontaktbedingungen befindet. Die Bestimmung dieser veränderten Bahnkurve muss nach Gleichung (4.4) und mit Hilfe von $\vec{\varepsilon}_e$, d. h. der Lösung von (4.30), erfolgen. Hierfür ist aber wiederum die Kenntnis des unbestimmten Ortes $\vec{r}_H^*(t)$ selbst notwendig und es entsteht ein Zirkelschluss. Dieses scheinbare Dilemma ist jedoch auflösbar und begründet den zweiten zentralen Kerngedanken des Modells:

Unabhängig von der zu erwartenden Deformation werden die Gleichungen (4.30) immer auf derjenigen Bahnkurve $\vec{r}_H(t)$ ausgewertet, die dem Werkzeug (d. h. dem Aufsetzpunkt) vorgegeben ist. Die Lösung des Modells für $\vec{\varepsilon}_e$ entspricht dann der Abweichung des Kontaktpunktes von dieser Vorgabe, welche sich dort einstellen würde. Diese prognostizierte Deformation wird aber von der Prozesssteuerung entgegengesetzt vorgehalten, so dass sich das Schleifwerkzeug tatsächlich auf der gesteuerten Bahn $\vec{r}_H(t)$ befindet. Die oben vorausgesetzten Verhältnisse bei der Berechnung von $\vec{\varepsilon}_e$ sind also erfüllt, da sie von dem gezielten Vorhalt erst geschaffen werden.

Das Modell des Kräftegleichgewichts geht folglich von der Annahme aus, dass der Aufsetzpunkt stets und unabhängig von Maschinenbelastung oder den Kontaktbedingungen auf der festgelegten Kurve $\vec{r}_H(t)$ liegt, sofern die Steuerung von dem errechneten Vorhalt Gebrauch macht. Die beim Modell des konstanten Zeitspannungsvolumens aufgetretene Vertiefung im Werkstückzentrum wäre damit genauso ausgeschlossen, wie andere Formfehler aufgrund von Belastungs- oder Kontaktveränderungen.

Natürlich ist dies – abhängig von der Qualität des Modells – nicht immer exakt der Fall. In Bezug auf die Bestimmung von $\vec{\varepsilon}_e$ resultiert aus kleinen Abweichungen in den Kontaktbedingungen aber kein Problem. Entscheidend ist nur, dass sie mit denen bei $\vec{r}_H(t)$ im Wesentlichen gleich sind. Wie die Experimente in Kapitel 5.3 zeigen, ist diese Annahme gerechtfertigt. Die Vorhersagen der theoretischen Beschreibung weichen

maximal nur wenige μm von der vorgegebenen Bahnkurve ab – bei einem Aufmaß von mehreren hundert μm .

Der letzte entscheidende Schritt besteht nun in der Festlegung von $\vec{r}_H(t)$. Da das Ziel des dargelegten Modells in der zeitlichen und qualitativen Optimierung des Schleifprozesses durch Minimierung der Formabweichung und Ausnutzung des vollen Potenzials der Arbeitsmittel liegt, ist die Bindung des Kontaktpunktes an die Soll-Form $\vec{z}_s(\vec{\rho})$ die einzig sinnvolle Wahl. Mathematisch gesehen muss die Bahnkurve $\vec{r}_H(t)$ dann eine Teilmenge der zu erreichenden Werkstückoberfläche $\vec{z}_s(\vec{\rho})$ sein, also:

$$\forall t: \vec{r}_H(t) \stackrel{!}{\subset} \vec{z}_s(\vec{\rho}). \quad (4.34)$$

Mit dieser Forderung ist der grundlegende Ansatz des Modells des Kräftegleichgewichts vollständig. Die Zusammenhänge (4.30) bzw. (4.33) und (4.32) sind im Folgenden auf die konkrete Verfahrensvariante und die verwendeten Arbeitsmittel zu spezialisieren. Erst dann kann die Lösungsstrategie für die Gleichungen und der resultierende Berechnungsaufwand für $\vec{\varepsilon}_e$ ermittelt werden.

4.3.2 Spezialisierung auf das CNC–Formschleifen

Das Modell des Kräftegleichgewichts wurde als Alternative zum Modell des konstanten Zeitspannungsvolumens entwickelt, um die Formabweichungs-Problematik bei schwankenden Zeitspannungsvolumina oder ungünstigen Kontaktbedingungen zu behandeln. Insbesondere bei dem in Kapitel 4.2.2 vorgestellten und verwendeten Schleifverfahren (CNC–Formschleifen) zeigt sich, dass ein solcher Ansatz für optimale Ergebnisse ausschlaggebend ist.

Aus praktischen Gründen, und um beide Modelle besser hinsichtlich ihrer Effektivität und Effizienz vergleichen zu können, erfolgt hier eine Spezialisierung auf das selbe Verfahren. Im ersten Teil des Kapitels 4.2.2 sind alle wesentlichen Eigenschaften dazu erklärt und werden daher nicht noch einmal wiederholt. Auch die dort eingeführten Größen und Koordinatensysteme gelten im Folgenden unverändert.

Ausgehend von der Gleichung (4.30a) ist zunächst der geometrische Volumenstrom \dot{V}_w und das vom Werkzeug leistbare Zeitspannungsvolumen Q_w zu bestimmen. Im ersten Fall gilt nach wie vor die gesamte Argumentationskette aus Kapitel 4.2.2. Die geometrischen Verhältnisse sind exakt dieselben, da weder bei der Verfahrensvariante, noch in Bezug auf die verwendbaren Schleifwerkzeuge, den möglichen Ist- und Soll-Formen, oder der Art und Lage der Bahnkurve, Veränderungen oder Einschränkungen vorgenommen wurden. Dies wird insbesondere durch das Resultat (4.34) bestimmt.

Daher ist es sinnvoll und zweckmäßig, den Ausdruck (4.27) weiterhin zur Formulierung für \dot{V}_w zu verwenden. Der Ansatz (4.30a) reduziert sich dadurch auf die Bestimmung von Q_w .

Wie bereits erläutert, ist die Zerspanfläche A_H für das Zeitspannungsvolumen Q_w und die benötigte Zerspankraft \vec{F}_w zentral. Zur Erarbeitung des Modells wird nun – im Gegensatz zum Kapitel 4.2.2 – die exakte Kenntnis der Geometrie und Größe von A_H vorausgesetzt. Darauf aufbauend wird ein Abtrenn- und Kraftansatz für die Wechselwirkung zwischen Schleifwerkzeug und Werkstoff entwickelt. Da beide eng über das Schneidenmodell miteinander zusammenhängen und nicht separat abgeglichen werden können, sind in den nachfolgenden Unterkapiteln zunächst die Grundlagen dargestellt. Auf experimentelle Daten gestützt, werden anschließend die Deformations- und Schleifkraftansätze (Gleichung (4.32) und (4.31)) konkretisiert und die Lösungsstrategie für $\vec{\varepsilon}_e$ abgeleitet. Anschließend erfolgt eine Beurteilung der Leistungsfähigkeit des Modells.

4.3.2.1 Kontaktgeometrie

Aus der Beschreibung der Kontaktbedingungen in Kapitel 4.2.2 wird klar, dass es sich bei A_H um einen Ausschnitt der kugelförmigen Werkzeuoberfläche handelt, welcher von den Schnittlinien eben dieser Kugel mit dem Spiraltorus der vorangegangenen Werkstückumdrehung begrenzt ist. In den Abbildungen 2.8 und 4.3 ist die Situation schematisch dargestellt. Im Folgenden wird der Rand der Zerspanfläche wieder mit ∂A_H , die Oberfläche des Spiraltorus und der Werkzeugkugel hingegen mit $\partial \vec{T}_s$ bzw. $\partial \vec{K}_s$ bezeichnet. Die Kurve ∂A_H ist geschlossen und enthält die drei Eckpunkte $\{x_A^I, 0, z_A^I\}$, $\{x_A^{II}, y_A^{II}, z_A^{II}\}$, $\{x_A^{III}, 0, z_A^{III}\}$ mit den dazwischen liegenden Schnittlinien ∂A_H^I , ∂A_H^{II} und ∂A_H^{III} . Die Bestimmungsgleichung für diese Größen lautet dann

$$\partial \vec{K}_s = \begin{cases} \partial \vec{T}_s & z \leq h_I(\vec{\rho}) \\ \vec{z}_I(\vec{\rho}) & z = h_I(\vec{\rho}) \end{cases} \quad (4.35)$$

und besagt, dass der Rand ∂A_H innerhalb des Materials (also zwischen Soll- und Ist-Form) der Schnittlinie aus $\partial \vec{K}_s$ und $\partial \vec{T}_s$ entspricht, welche nach oben durch die unbearbeitete Werkstückoberfläche $\vec{z}_I(\vec{\rho})$ begrenzt wird.

Die Gleichungen (4.35) können auf unterschiedliche Weise formuliert werden. So ist, bei Verwendung der zusätzlichen Polarwinkel ϑ und ξ , sowie dem Azimutwinkel ψ , im rechtwinkligen Maschinenkoordinatensystem die vektorielle Form

$$\partial \vec{K}_s = \{x_s(t^*), 0, z_s(t^*)\} + \frac{d_s}{2} \{\sin[\xi] \cos[\psi], \sin[\xi] \sin[\psi], \cos[\xi]\} \quad (4.36a)$$

$$\partial \vec{T}_s = \{x_s(t), y_s(t), z_s(t)\} + \frac{d_s}{2} \{\sin[\vartheta], 0, \cos[\vartheta]\} \quad (4.36b)$$

$$\vec{z}_I(\vec{\rho}) = \{x, y, h_I(\sqrt{x^2 + y^2})\} \quad (4.36c)$$

denkbar, wobei $x_s(t)$, $y_s(t)$, $z_s(t)$ bzw. $x_s(t^*)$, $z_s(t^*)$ die Positionen des Werkzeugmittelpunktes im Laufe der Zeit bzw. zum betrachteten Zeitpunkt t^* sind und für die Winkel $0 \leq (\xi, \vartheta) \leq \pi$ und $0 \leq \psi < 2\pi$ gilt.

Alternativ dazu ist eine Darstellung der einzelnen Oberflächen mit Hilfe folgender

Bedingungsgleichungen möglich:

$$\partial \vec{K}_S: \quad \frac{d_s^2}{4} = (x - x_s(t^*))^2 + y^2 + (z - z_s(t^*))^2 \quad (4.37a)$$

$$\partial \vec{T}_S: \quad \frac{d_s^2}{4} = (\sqrt{x^2 + y^2} - \sqrt{x_s^2(t) + y_s^2(t)})^2 + (z - z_s(t))^2 \quad (4.37b)$$

$$\vec{z}_I(\vec{\rho}): \quad z = h_I(\sqrt{x^2 + y^2}). \quad (4.37c)$$

Die Gleichungen (4.36) und (4.37) offenbaren mehrere Probleme. Wie schon in Kapitel 4.2.2 angesprochen, beinhalten sie zum Einen die Ist-Form h_I , welche nur in Einzelfällen als Funktion gegeben ist und ansonsten (wenigsten lokal) durch Polynome approximiert werden müsste. Die Auflösung solcher algebraischer Gleichungen unbekannten Grades ist im Allgemeinen aber unmöglich. Zum Anderen wird mit $x_s(t)$, $y_s(t)$ und $z_s(t)$ die Kenntnis der Werkzeug-Spiralbahn $\vec{r}_H(t)$ vorausgesetzt. Selbst unter Verwendung der Näherung in Form einer lokal archimedischen Spirale (analog zu Kapitel 4.2.2) konnte bei beiden Ansätzen keine durchgängig analytische Lösung für (4.35) gefunden werden. Der Ausweg aus diesen beiden Problemen besteht in einer Approximation des Torus und der Werkstückoberfläche, aufbauend auf dem Ansatz (4.37).

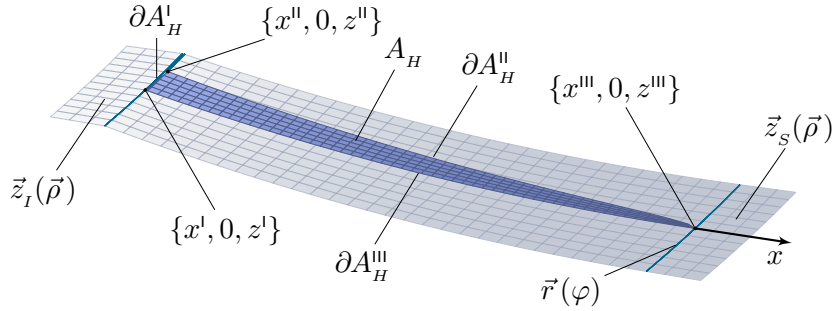


Abbildung 4.3: Dreidimensionale Darstellung Zerspanfläche A_H (dunkelgrau) aus Abbildung 4.4. Die Zerspanfläche A_H wird von der Soll-Form $\vec{z}_S(\vec{\rho})$, der Ist-Form $(\vec{z}_I(\vec{\rho}))$, sowie den Schnittlinien ∂A_H^I , ∂A_H^{II} und ∂A_H^{III} zwischen der kugelförmigen Werkzeugoberfläche und dem Spiraltorus der vorhergehenden Werkstückumdrehung (obere Hälfte) begrenzt. Ihre Randkurve enthält zudem die Schnittpunkte $\{x_A^I, y_A^I, z_A^I\}$, $\{x_A^{II}, y_A^{II}, z_A^{II}\}$ und $\{x_A^{III}, y_A^{III}, z_A^{III}\}$. Letzterer liegt (in diesem Fall) in unmittelbarer Nähe des Aufsetzpunktes, d. h. der Bahnkurve $\vec{r}(\varphi)$.

Für kleine Ausdehnungen der Kontaktfläche A_H in y -Richtung (der Punkt $\{x_A^{\parallel}, y_A^{\parallel}\}$ liegt nahe der x -Achse) kann $\partial \vec{T}_S$ lokal als Kreistorus angenommen werden, dessen Mittelkreislinie in x - und z -Richtung (bezüglich x_S und z_S) um Δx bzw. Δz verschoben ist. Seine Bestimmungsgleichung (4.37b) wird dadurch erheblich vereinfacht und der entstehende Fehler lässt sich mit Hilfe der relativen Abweichung zwischen Kreis- und Spiralbahn abschätzen.

Für den in der Fertigung relevanten Prozessparameterbereich ist die Näherung gerechtfertigt: Liegt der Punkt $\{x_A^{\parallel}, y_A^{\parallel}\}$ beispielsweise um mehr als 1 mm vom Bauteilzentrum entfernt und gilt $a_f = 0,05$ mm und $z^* = 1$ mm, so beträgt der relative Fehler weniger als ein Prozent. Lediglich für kleinere Abstände wächst er stark an, was aber wiederum durch den Umstand kompensiert wird, dass dieser Eckpunkt automatisch auf die x -Achse wandert, wenn er sich der z -Achse nähert.⁷ Somit ist die Kreisnäherung auch für kleine Polabstände sinnvoll.

In Bezug auf die Problematik der unbekannten oder zu komplizierten Ist-Form $\vec{z}_I(\vec{\rho})$ sind die unbedeutende Ausdehnung der Zerspanfläche in y -Richtung und der meist geringe Bahnabstand a_f ebenfalls von Vorteil. Anstatt die Schnittlinie nach Gleichung (4.37c) unter Verwendung der eigentlichen Werkstückoberfläche zu berechnen, genügt es, diese lokal durch eine schräge Ebene auf Höhe des innersten Flächen-Eckpunktes $\{x_A^{\perp}, 0, z_A^{\perp}\}$ zu approximieren. Hierbei kann die Tatsache nutzbar gemacht werden, dass a_f im Vergleich zur kinematischen Kontaktlänge⁸ l_k relativ klein ist ($a_f/l_k \approx 0,02-0,01$) und keine signifikanten Änderungen in den Kontaktbedingungen enthält. Folglich liegen x_A^{\perp} und x_A^{\parallel} immer nah beieinander und für den Anstieg der Approximations-Ebene kann anstatt $h'_I(x_A^{\perp})$ der Wert der Soll-Form $h'_S(x_H) = \Delta x/\Delta z$ genutzt werden. Einzig der innere Abschnitt der Randkurve ∂A_H wird durch diese Vereinfachung beeinflusst – sie verändert ihre Form geringfügig, wobei Anfangs- und Endpunkt gleich bleiben. Für die Kontaktfläche als Ganze ist dieser Effekt unwesentlich, vereinfacht aber deren Berechnung deutlich.

Die Krümmung des Werkstücks wird in der Ebenen-Näherung vernachlässigt, so dass der berechnete Eckpunkt in y -Richtung zunehmend über der wahren Oberfläche liegt. Die Stärke dieses Effekts hängt vom Anstieg⁹ $h'_S(x_H)$ und deren Krümmung bei x_A^{\perp} ab, wodurch für sehr kleine oder stark konvexe Bauteile ein größerer Näherungsfehler entsteht. Für die oben angegebenen, praktisch relevanten Bearbeitungsparameter und Werkstücke mit Durchmessern $d_w \geq 5$ mm und Randanstiegen bis 80° , zeigt eine Abschätzung für $\{x_A^{\parallel}, y_A^{\parallel}, z_A^{\parallel}\}$ einen Positionsfehler von rund zwei Prozent. Konkret bedeutet dies, dass der betroffene Eckpunkt etwas zu hoch in Richtung der Oberflächennormalen bestimmt wird. Der hierdurch für die Berechnung der Zerspanfläche induzierte Fehler ist aber deutlich geringer und rechtfertigt die Näherungsannahme.

⁷Dieses Verhalten zeigt sich in der Lösung und ist auch anschaulich nachvollziehbar. Letztendlich erreicht der Punkt $\{x_A^{\parallel}, y_A^{\parallel}\}$ die z -Achse und hat dann keinerlei y -Komponente mehr.

⁸Diese entspricht der Ausdehnung von A_H auf der x -Achse.

⁹Aufgrund der diskutierten Anstiegs-Näherung ist für die Berechnung nicht die Ableitung $h'_I(x_A^{\perp})$ der Ist-Form, sondern die der Soll-Form bei x_H von Bedeutung.

Mit den angesprochenen Vereinfachungen folgt für die Bestimmungsgleichungen (4.37):

$$\partial \vec{K}_S: \quad \frac{d_S^2}{4} = (x - x_S)^2 + y^2 + (z - z_S)^2 \quad (4.38a)$$

$$\partial \vec{T}_S: \quad \frac{d_S^2}{4} = (\sqrt{x^2 + y^2} - (x_S + \Delta x))^2 + (z - (z_S + \Delta z))^2 \quad (4.38b)$$

$$\vec{z}_I(\vec{\rho}): \quad z = \frac{\Delta x}{\Delta z} (x - x_A^I) + h_I(x_A^I), \quad (4.38c)$$

wobei die Koordinaten des Werkzeugmittelpunktes nach wie vor die des betrachteten Zeitpunktes t^* sind, d. h. es gilt $x_S = x_S(t^*)$ und $z_S = z_S(t^*)$. Im Gegensatz zu Gleichung (4.37) ist der Mittelkreisradius $\sqrt{x_S^2 + y_S^2}$ des Torus aber nicht mehr zeitabhängig und befindet sich statt dessen um den Bahnabstand a_f nach außen vom Werkzeugmittelpunkt entfernt. Für die Verschiebungen in x - und z -Richtung gilt also $\Delta x = a_f / \sqrt{1 + h_S'^2(x_H)}$ und $\Delta z = h_S' \cdot a_f / \sqrt{1 + h_S'^2(x_H)}$.

Die Näherungen (4.38) ermöglichen nun teilweise eine analytische Lösung der Bestimmungsgleichungen (4.35). Die Randkurven ∂A_H^I , ∂A_H^{II} und ∂A_H^{III} sind dabei durch die Funktionen $y^I(x)$, $y^{II}(x)$ und $y^{III}(x)$ bestimmt. Im Folgenden werden aus Gründen der Übersichtlichkeit nur die Ergebnisse für x_A^I und x_A^{III} aufgezeigt – die Übrigen befinden sich im Anhang D.1. Man beachte, dass alle Lösungen in der (x, y) -Ebene liegen und die Höheninformation erst durch Einsetzen in die entsprechende Funktionsgleichung gewonnen wird. Außerdem handelt es sich bei dem Ausdruck für x_A^I um eine implizite Bestimmungsgleichung, welche aufgrund des Terms $h_I(x_A^I)$ i. Allg. nur numerisch behandelt werden kann, siehe dazu Kapitel 5.1.

$$x_A^I = x_S - \frac{1}{2} \sqrt{d_S^2 - 4(h_I(x_A^I) - z_S)^2} \quad (4.39a)$$

$$x_A^{III} = \frac{1}{2\Delta x^3 + 2\Delta x\Delta z^2} \left(\Delta z \sqrt{\Delta x^2 (\Delta x^2 + \Delta z^2) (d_S^2 - \Delta x^2 - \Delta z^2)} \right. \\ \left. + \Delta x^4 + \Delta x^2 \Delta z^2 + 2\Delta x^3 x_S + 2\Delta x \Delta z^2 x_S \right) \quad (4.39b)$$

Aufgrund der Form von A_H bietet es sich an, das Oberflächenintegral in zwei unabhängige Teile zu zerlegen. Des Weiteren kann der Umstand ausgenutzt werden, dass die Schnittlinie ∂A_H^{III} stets auf der x -Achse liegt, d. h. $\forall x: y^{III}(x) = 0$. Unter Verwendung des Oberflächenelements $\sqrt{|\det[g]|} = d_S / \sqrt{d_S^2 - 4(x - x_S)^2 - 4y^2}$ gilt dann:

$$A_H = \int_{x_A^I}^{x_A^{II}} \int_0^{y^I(x)} \sqrt{|\det[g]|} \, dy \, dx + \int_{x_A^{II}}^{x_A^{III}} \int_0^{y^{II}(x)} \sqrt{|\det[g]|} \, dy \, dx \quad (4.40)$$

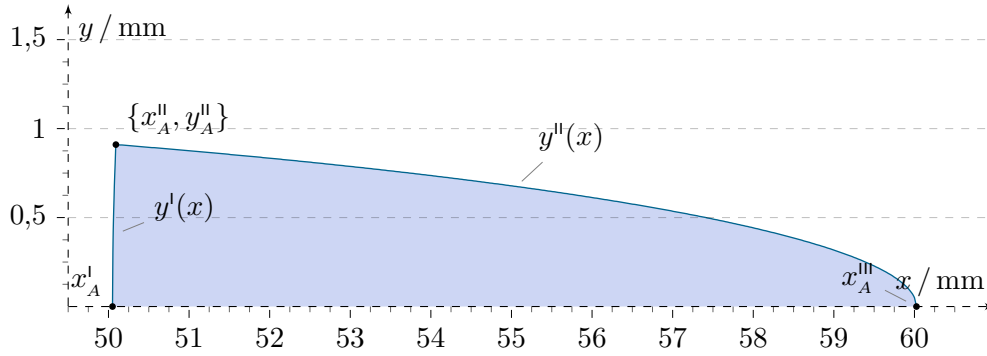


Abbildung 4.4: Projektion der Zerspanfläche A_H auf die (x, y) -Ebene. Die Parameter sind $d_s = 100$ mm, $x_s = 60$ mm, $z_s = 50$ mm, $\Delta x = a_f = 0,05$ mm, $\Delta z = 0$ mm und $h_I(x_A) = a_e = 1$ mm, der Flächeninhalt beträgt $A_H = 6,339$ mm².

Der erste Integrationschritt (in y -Richtung) ergibt die zwei Terme

$$A_H = \frac{d_s}{2} \int_{x_A^I}^{x_A^{II}} \arctan \left[\frac{2y'(x)}{\sqrt{d_s^2 - 4(x - x_s)^2 - 4(y'(x))^2}} \right] dx + \frac{d_s}{2} \int_{x_A^{II}}^{x_A^{III}} \arctan \left[\frac{2y''(x)}{\sqrt{d_s^2 - 4(x - x_s)^2 - 4(y''(x))^2}} \right] dx, \quad (4.41)$$

welche aufgrund der komplizierten Schnittliniengleichungen $y'(x)$ und $y''(x)$ nicht weiter analytisch ausgewertet werden konnten. Statt dessen müssen hier numerische Integrationsverfahren zur Anwendung kommen – sie werden ebenfalls in Kapitel 5.1 vorgestellt.

Die Abbildungen 4.4, D.1 und D.2 zeigen die (x, y) -Projektion von A_H bei typischen, praktisch relevanten Schleifparametern. Um einen einfachen Vergleich zwischen den Grafiken zu ermöglichen, entsprechend Soll- und Ist-Form jeweils einer Planfläche. Lediglich die Werkzeugpositionen und Vorschübe sind verschieden, so dass die angesprochene Veränderung des Schnittpunktes $\{x_A'', y_A''\}$ – und damit die der Flächenform – zu kleineren Radien hin beobachtet werden kann. Unter diesen Bedingungen ($x_A^I > 0$) liegt die Flächengrößen im Bereich von $A_H = 3\text{--}8$ mm². Solche Werte treffen auch für die meisten asphärischen Linsen zu und sind in der Praxis daher häufig. Lediglich in Bereichen mit hohem Randanstieg oder starker Krümmung können deutliche Abweichungen auftreten, mit Extremwerten von $A_H < 1$ mm² oder $A_H > 15$ mm². Nähert sich der Aufsetzpunkt (bzw. x_H) der z -Achse, so sinkt A_H in jedem Fall kontinuierlich auf Null.

Durch eine entsprechende Erweiterung des Integranden in (4.40) lassen sich auch das Zerspannungsvolumen und die Zerspankraft nach den Gleichungen (4.12) und (4.31) berechnen. Natürlich wird die Integration dadurch noch weiter erschwert und ist daher erst recht nicht in geschlossener Form möglich.

4.3.2.2 Abtrennmodell

Die Zerspanfläche A_H ist der eigentliche Ort, an welchem das Ensemble der (wirksam werdenden) Schleifkörner das Zeitspanungsvolumen Q_w realisiert. Um ein praktisch anwendbares Prozessmodell zu schaffen, müssen für die Wechselwirkung zwischen Schneiden und Werkstoff realistische und vereinfachende Annahmen getroffen werden.

Die in Kapitel 2.2 diskutierten, mikroskopischen Vorgänge sind in dieser Komplexität für ein anwendungsorientiertes Modell aus zwei Gründen ungeeignet. Zum Einen werden die Wechselwirkungen häufig nur qualitativ beschrieben und ermöglichen keine konkreten, quantitativen Aussagen über deren Auswirkungen. Zum Zweiten ist die Bestimmung der (immer vorhandenen) unbekannten Modellparameter meist sehr aufwendig und nur mit Hilfe spezieller experimenteller Anordnungen erreichbar. Weiterhin wechseln Materialien, Werkzeuge, Werkzeugzustände und Prozessbedingungen häufig oder sind zumindest nicht konstant, so dass Experimente zur Modellbildung nur für Einzelfälle möglich sind. In der Praxis ist aber vielmehr ein auf das Produktionsziel ausgerichtetes Vorgehen entscheidend. Für das Vorschleifen von Glaslinsen müssen insbesondere höhere Spannungsdicken beschrieben werden, die deutlich über der Grenze für duktiles Schleifen $h_{cu,krit}$ aus Gleichung (2.12) liegen.¹⁰ Die angesprochenen, komplexen Wechselwirkungen können daher nur als Orientierungshilfe dienen.

Da der Abtrennvorgang immer durch mehrere Schneiden gleichzeitig geschieht, müssen folgende Fragen beantwortet werden:

- Wie groß ist der effektive Spannungsquerschnitt $A_{cu,i}$ jedes Einzelkorns in Abhängigkeit von der Spannungsdicke $h_{cu,i}$?
- Spielen für $A_{cu,i}$ weitere geometrische oder dynamische Größen eine Rolle?
- Wie wird die Verteilung der Schneiden erfasst?
- Wie ergibt sich aus diesen Größen der Gesamt-Spannungsquerschnitt $A_{cu,ges}$ und das Zeitspanungsvolumen Q_w ?
- Wie ist der Zusammenhang zu den effektiven Spannungsdicken $h_{cu,eff,i}$?

Diese Punkte werden im Folgenden betrachtet.

Für eine Herleitung der effektiven Wirkungsquerschnitte $A_{cu,i}$ ist die Tatsache wichtig, dass die detaillierten Schneidengeometrien naturgemäß sehr unterschiedlich sind. Eine Erfassung derselben wäre aufgrund des hohen Aufwandes nur in Einzelfällen möglich und im industriellen Einsatz dauerhaft nicht durchführbar. Dies begründet sich zum Einen darin, dass die Schleifwerkzeuge einer stetigen Wandlung durch Abnutzung unterliegen, wodurch permanent neue (unbekannte) Schneiden aus der Bindung an die Werkzeugoberfläche treten und andere daraus verschwinden. Gleichzeitig unterliegen die wirksamen Diamanten ebenfalls einem kontinuierlichen Verschleiß, so dass insgesamt eine häufige

¹⁰Für die verwendeten Gläser F2, N-BK7 und N-LAK10 liegt diese Grenze bei $h_{cu,krit} \approx 0,15-0,50 \mu\text{m}$

Neuvermessung erfolgen müsste. Zum Zweiten ist die individuelle Schneidengeometrie aber auch völlig unwesentlich. Die in der Praxis verwendeten Wirkgeschwindigkeiten von $|\vec{v}_e| \approx 32 \text{ m s}^{-1}$ sind deutlich höher als die Vorschubgeschwindigkeit¹¹ $|\vec{v}_f|$, so dass jeder Bereich der Werkstückoberfläche vielfach durch Schnittbewegungen beeinflusst wird. Sie werden daher als Ensemble wirksam und der Anteil jeder Einzelnen tritt in den Hintergrund.

Nach Ansicht des Autors besteht der einzig sinnvolle Lösungsweg in einer statistischen Behandlung des Problems, d. h. in einer Beschreibung des „Korns im Mittel“. Dafür ist eine mit Hilfe der Größen- und Formverteilung der Diamanten abgeleitete *effektive Kornform* zu ermitteln, aus deren geometrischer Querschnittsfläche A_{cu}^{geo} die tatsächlichen Spanungsquerschnitte $A_{cu}(h_{cu,i})$ abgeleitet werden können.¹² Des Weiteren ist die Einführung einer *wirksamen Spanungsdicke* angebracht, welche, in Kombination mit der Kornspitzenverteilung C_{stat} , die Berechnung der kinematischen Schneidenanzahl N_{kin} und der individuellen Spanungsdicken $h_{cu,i}$ ermöglicht. Diese Größe wird vom maximalen Kornbindungsüberstand Z^* aus (in Richtung der Bindung) gemessen und ist immer in Verbindung mit dem Schnittkraft- und Abtrennmodell zu beurteilen. Sie bedeutet die (durch das Modell) vorhergesagte, maximale Spanungsdicke von allen im Eingriff befindlicher Schneiden bezüglich des jeweiligen Zeitspanungsvolumens Q_w und wird im Folgenden zweckmäßigerweise als h_{cu} bezeichnet.

In Tabelle A.1 sind die mittleren Korngrößen d_K in Abhängigkeit vom Werkzeugtyp zusammengefasst. Da die Diamanten vor dem Einbringen in die Bindung (mit den ebenfalls dort ersichtlichen Maschenweiten) ausgesiebt werden, ist eine Gleichverteilung der maximalen Kornausdehnung im jeweiligen Größenbereich anzunehmen. Der entsprechende Erwartungswert ist mit dem einfachen Mittelwert aus den Bereichsgrenzen d_K identisch und es ist sinnvoll, diesen für weitere Berechnungen zu verwenden [Sohr und Döhler, 2012]. Für die effektive Kornform muss nun noch eine Annahme bezüglich ihrer Gestalt und dem Zusammenhang ihrer Größe zu d_K getroffen werden. Dies ist aus zwei Gründen wichtig:

1. Wenn keinerlei Abnutzungseffekte auftreten würden und alle Schneidengeometrien gleichmäßig verteilt sind (was plausibel ist), so wäre die effektive Kornform eine Kugel. Die erste Voraussetzung ist allerdings nicht erfüllt, was sich in Abplattungen der Kornoberseiten äußert. Folglich ist eine ideale Kugelform ausgeschlossen.
2. Die mittlere Korngröße d_K kann i. Allg. auch nicht der Durchmesser d_{km} dieser fiktiven „Kornkugel“ sein, denn dies würde die Verhältnisse in den meisten Fällen falsch wiedergeben. Als Beispiel diene ein Korn in der Form eines Stabes mit d_K

¹¹Für einen Werkstückdurchmesser von $d_w = 100 \text{ mm}$ und eine Werkstückdrehzahl von $n_w = 300 \text{ min}^{-1}$ gilt beispielsweise $0 < |\vec{v}_f| < 1,6 \text{ m s}^{-1}$ und damit $|\vec{v}_f| \ll |\vec{v}_e|$.

¹²Im nachfolgenden Abtrennmodell werden die individuellen Größen $A_{cu,i}$ und $\vec{F}_{c,i}$ aus funktionalen Zusammenhängen $A_{cu}(h_{cu,i})$ bzw. $\vec{F}_c(h_{cu,i})$ berechnet. Daher wird die Notation $A_{cu,i} = A_{cu}(h_{cu,i})$ bzw. $\vec{F}_{c,i} = \vec{F}_c(h_{cu,i})$ verwendet.

als Längsausdehnung: Eine Mittlung über alle effektiven Querschnittsflächen (d. h. über alle Richtungen) kann unmöglich eine Kugel desselben Durchmessers sein.

Um eine Verbindung zwischen der mittlere Korngröße d_K und dem effektiven Korndurchmesser d_{km} (als Wirkungsbereich) herzustellen, ist die Kenntnis hilfreich, dass Diamanten gewöhnlich oktaederförmige Kristalle bilden. Es ist somit angebracht, diese natürlich Form der Betrachtung zugrunde zu legen [Sohr und Döhler, 2012]. In Abbildung 4.5 ist das elementare Kornmodell als Oktaeder dargestellt. Im Sortiervorgang können alle Körner diejenigen Siebe passieren, deren Maschenweite größer (oder maximal gleich) der kleinsten Kornausdehnung ist. Beim Oktaeder entspricht dies der Kantenlänge, welche folglich mit d_K identisch ist.

Neben der Grundform kann – ähnlich zur Größenverteilung – weiterhin eine Isotropie in der Ausrichtungen der Diamanten angenommen werden. Dies begründet sich in der Herstellung der Schleifwerkzeuge, und es folgt daraus, dass die Körner in jeder Lage in Eingriff kommen. Der effektive Korndurchmesser d_{km} kann daher als Mittlung über die Projektions- bzw. Querschnittsflächen des Oktaeders mit der Kantenlänge d_K berechnet werden, welche sich bei der Drehung desselben in alle möglichen Ausrichtungen ergeben.

Aufgrund seiner Komplexität wurde dieses Problem numerisch gelöst. Die mittlere Projektionsfläche des gesamten oktaederförmigen Korns ergibt sich daraus zu $A_{cu}^{geo} = 0,885(3) d_K^2$, was einem effektiven Durchmesser von

$$d_{km} = 1,062(2) d_K \quad (4.42)$$

entspricht. Im Vergleich dazu liegt die minimale und maximale Querschnittsfläche bei $A_{cu,min}^{geo} = d_K^2 / \sqrt{2}$ und $A_{cu,max}^{geo} = d_K^2$, mit den effektiven Durchmessern $d_{km,min} = 0,949 d_K$ bzw. $d_{km,max} = 1,128 d_K$. Zusammenfassend kann gesagt werden, dass die Gleichung (4.42) das Ergebnis von insgesamt drei Mittlungen ist: Ausgehend von der mittleren Korngröße d_K wird die Projektionsfläche der durchschnittlichen Schneidengeometrie (Oktaeder) über alle denkbaren Ausrichtungen gemittelt und der Durchmesser d_{km} des sich ergebenden, mittleren Querschnittskreises daraus errechnet. Tabelle D.1 zeigt die Ergebnisse für die Körnungen relevanter Schleifwerkzeuge.

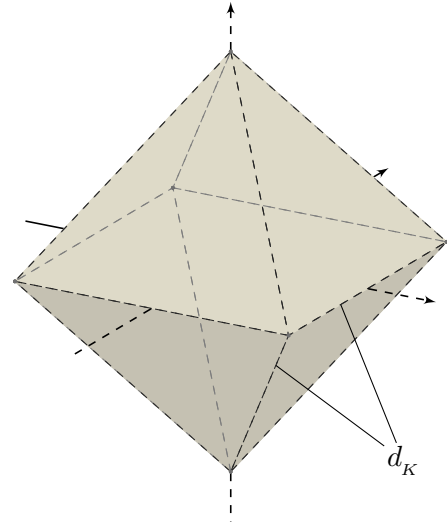


Abbildung 4.5: Schematische Darstellung der oktaederförmigen Grundform der Schleifkörner.

Bezüglich der effektiven Kornform ist zwar keine direkte Ableitung möglich, jedoch kommen aufgrund der Ausrichtungs-Isotropie nur rotationssymmetrische Ansätze in Frage. Die verschleißbedingte Abplattung an den Schneidenoberseiten schränken diese auf eine Achsensymmetrie zur Richtung der Oberflächennormalen (der Werkzeuober-

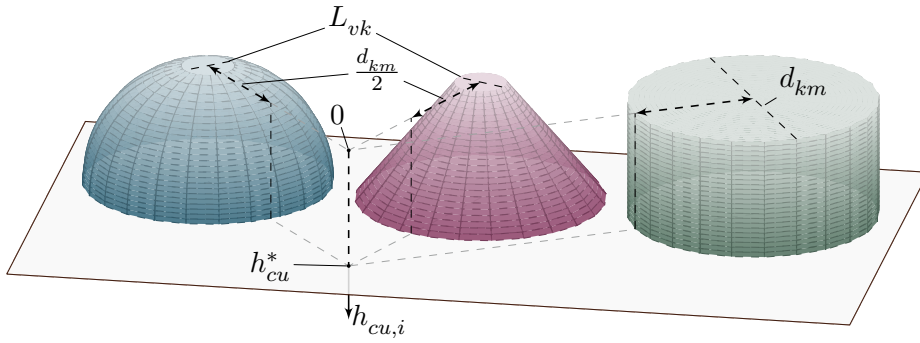


Abbildung 4.6: Schematische Darstellung der drei untersuchten Ansätze für die mittlere Form der Schleifkörner (blau: Kugel, violett: Kegel, grün: Zylinder).

fläche) ein, so dass die Untersuchung von drei Kornformen sinnvoll erscheint: Einem *Kugelsegment*, einem *Kegelsegment* und einem *Zylinder*.¹³ Sie sind in Abbildung 4.6 schematisch dargestellt.

Während die ersten beiden Ansätze eine zusätzliche Annahme über den Durchmesser der Verschleißfläche L_{vk} und (beim Kegelmodell) über den Anstieg der Mantelfläche erfordern, kommt das Zylindermodell ohne sie aus. Dies wäre für einen ersten Ansatz von Vorteil. Allerdings muss beachtet werden, dass sich die Wahl auch auf das Kraftmodell auswirkt. Die Schnittkraft $\vec{F}_c(h_{cu,i})$ jedes einzelnen Kornes hängt vor allem von dessen Wirkungsbereich (d. h. seiner Querschnittsfläche) ab, welcher – durch die effektive Kornform – wiederum mit der Spannungsdicke $h_{cu,i}$ skaliert. Folglich ist eine Form-Entscheidung nur in Kombination mit dem Kraftmodell und anhand eines Vergleichs der theoretischen Vorhersagen mit experimentellen Schleifkraftmessungen zu treffen. Um sich dem Problem zu nähern, sollen zunächst die Abhängigkeiten der geometrischen Querschnittsfläche A_{cu}^{geo} für alle drei Spezialfälle aufgezeigt werden:

$$\begin{aligned}
 A_{cu}^{kug}(h_{cu,i}) &= \frac{1}{2} h_{cu}^* \sqrt{d_{km}^2 - 4(h_{cu}^*)^2} \\
 &+ \frac{1}{2} (h_{cu,i} - h_{cu}^*) \sqrt{d_{km}^2 - 4(h_{cu,i} - h_{cu}^*)^2} \\
 &+ \frac{1}{4} d_{km}^2 \arctan \left[\frac{2h_{cu}^*}{\sqrt{d_{km}^2 - 4(h_{cu}^*)^2}} \right]
 \end{aligned} \tag{4.43a}$$

$$\begin{aligned}
 &+ \frac{1}{4} d_{km}^2 \arctan \left[\frac{2(h_{cu,i} - h_{cu}^*)}{\sqrt{d_{km}^2 - 4(h_{cu,i} - h_{cu}^*)^2}} \right] \\
 A_{cu}^{keg}(h_{cu,i}) &= \frac{h_{cu,i}(d_{km}h_{cu,i} - h_{cu,i}L_{vk} + 2h_{cu}^*L_{vk})}{2h_{cu}^*}
 \end{aligned} \tag{4.43b}$$

$$A_{cu}^{zyl}(h_{cu,i}) = d_{km}h_{cu,i}, \tag{4.43c}$$

¹³Die ersten beiden werden im nachfolgenden Text dennoch als „Kugel“ und „Kegel“ bezeichnet.

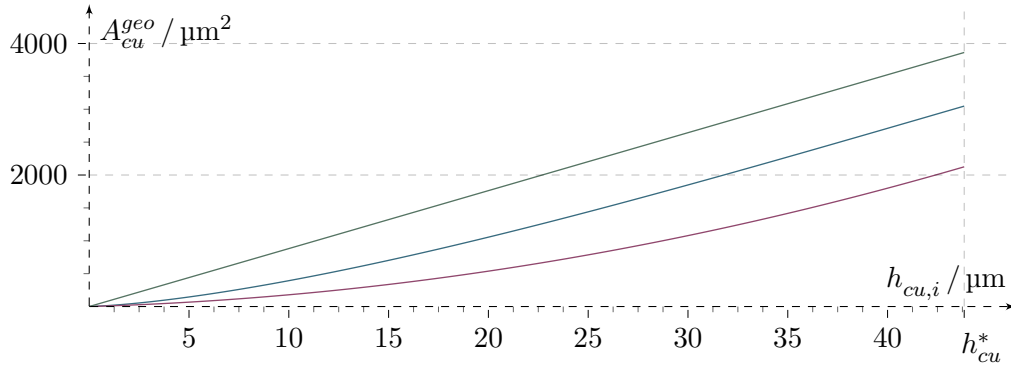


Abbildung 4.7: Spanungsquerschnitte $A_{cu}^{geo}(h_{cu,i})$ der drei Ansätze für die effektive Kornform (blau: Kugel A_{cu}^{kug} , violett: Kegel A_{cu}^{keg} , grün: Zylinder A_{cu}^{zyl}) nach Gleichung (4.43). Die Werte gelten für $d_{km} = 88,12 \mu m$ (D91/C60 in Tabelle D.1) und $L_{vk} = 8,81 \mu m$.

wobei $h_{cu}^* = \frac{1}{2} \sqrt{d_{km}^2 - L_{vk}^2}$ die Distanz bis zur Kornmitte (unter Berücksichtigung der Abplattung) bedeutet. Wird die Breite L_{vk} der Verschleißfläche als ungleich Null angenommen (dies ist nur bei Kugel und Kegel relevant), so ist sie der natürliche Bezugspunkt für $h_{cu,i}$. Abbildung 4.7 stellt die Abhängigkeiten grafisch dar.

Mit Hilfe den Gleichungen (4.43) wird die geometrische Querschnittsfläche einer Schneide erfasst. Diese muss aber nicht zwangsläufig mit ihrem tatsächlichen Wirkungsquerschnitt übereinstimmen. Vielmehr können weitere dynamische Prozessgrößen, wie die Wirkgeschwindigkeit $|\vec{v}_e|$, oder auch materialspezifische Eigenschaften, wie die Elastizität oder die Plastizität, eine Rolle spielen. Der tatsächlich realisierte, effektive Spanungsquerschnitt $A_{cu}(h_{cu,i})$ kann dann entsprechend größer oder kleiner als die rein geometrische Vorgabe nach den Gleichungen (4.43) sein.

Um derartige Effekte besser verstehen und erfassen zu können, ist es zweckmäßig, die Mikrowechselwirkungen (siehe Abbildung 2.10) in drei Bereiche zu untergliedern:

1. Der Werkstoff wird überwiegend elastisch deformiert und das Korn dringt nicht in dessen Oberfläche ein. Die Spanungsdicke ist kleiner als die Schnitteinsatztiefe T_μ (siehe Abbildung 2.9), d. h. es gilt $0 \leq h_{cu,i} < T_\mu$. Die effektive Spanungsdicke $h_{cu,eff,i} = h_{cu,i} - T_\mu$ verschwindet dadurch ebenfalls.¹⁴ In der Folge werden lediglich kleine Rauheitsspitzen oder Unebenheiten abgetrennt, so dass $A_{cu}(h_{cu,i})$ nahezu Null ist.
2. Wird ein kritischer Druck – welcher in der Größenordnung der Materialhärte liegt – auf der Schneidenoberfläche erreicht, dringt diese in den Werkstoff ein und trennt ihn in Form von Spänen ab. Das Material wird dabei hauptsächlich plastisch ver-

¹⁴Negative Werte für $h_{cu,eff,i}$ entsprächen (in mathematischer Hinsicht) dem Auftragen von Material und sind daher nicht möglich.

formt und der effektive Korn-Spannungsquerschnitt $A_{cu}(h_{cu,eff,i})$ entspricht nahezu seiner geometrischen Vorgabe $A_{cu}^{geo}(h_{cu,eff,i})$. Da auch plastische Fließvorgänge ohne Spanbildung auftreten, wird letzterer aber nicht ganz erreicht.

3. Für noch größere Spanungsdicken setzt, abhängig von der Plastizität und der sich ergebenden Duktilität bzw. Sprödigkeit des Werkstoffs, der spröde Abtrennmodus ein und es brechen ganze Bruchstücke („Schollen“ oder „Muscheln“) heraus. Da Glas im Allgemeinen nur eine sehr kleine Duktilität aufweist, wird dieser Bereich relativ schnell erreicht. Für $A_{cu}(h_{cu,i})$ bedeutet dieser Übergang eine wesentliche Vergrößerung, unter Umständen auf ein Vielfaches von A_{cu}^{geo} .

Der daraus resultierende Ansatz für $A_{cu}(h_{cu,i})$ hat die Form

$$A_{cu}(h_{cu,i}) = \alpha(h_{cu,i}) \cdot \begin{cases} \beta \cdot h_{cu,i} & h_{cu,i} < T_\mu \\ A_{cu}^{geo}(h_{cu,i}) + \beta \cdot T_\mu & \text{sonst,} \end{cases} \quad (4.44)$$

mit den Skalierungsfaktoren $\alpha(h_{cu,i})$ und β . Hierbei beschreibt β das reduzierte Abtrennvermögen des ersten Bereichs und $\alpha(h_{cu,i})$, mit der Bedingung $\alpha(h_{cu,i} < h_{cu,krit}) \simeq 1$, den anschließenden Verlauf des Spannungsquerschnitts (zweiter und dritter Bereich). Die konkrete Abhängigkeit $A_{cu} = A_{cu}(h_{cu,i}, h_{cu,krit}, T_\mu, |\vec{v}_e|)$ aus Gleichung (4.44) steht dabei in enger Verbindung zum Kraftmodell und kann nur in Kombination mit diesem gefunden werden. Insbesondere ist auch ein Zusammenhang mit Werkzeugparametern und Materialeigenschaften zu erwarten.

Das Zeitspannungsvolumen Q_w nach Gleichung (2.15) setzt voraus, dass sowohl die Gesamtanzahl der Schneiden N_{kin} , als auch deren individuelle Spanungsdicken $h_{cu,i}$ bekannt sind. Wie bereits erläutert, ist ein solcher Ansatz aufgrund des statistischen Charakters dieser Größen nicht sinnvoll. Er würde zudem mit der Philosophie des Modells, neben dem Zeitspannungsvolumen auch die Schleifkraft \vec{F}_w und die Deformation $\vec{\varepsilon}_e$ auf eine einzige Spanungsdicke zurückzuführen, im Widerspruch stehen. Einer praktikablen Darstellung muss also die wirksame Spanungsdicke h_{cu} und die Kornspitzenverteilung $C_{stat}(h_{cu})$ zu Grunde liegen.

Mit dem in Kapitel 3.1.2 vorgestellten Oberflächenmessgerät OMG 3 fand daher eine Vermessung der Kornbindungsüberstände von (für die Fertigung und die Experimente im Rahmen dieser Arbeit) wichtigen Schleifwerkzeugen mit den Körnungen D30/C50, D91/C60 und D151/C60 statt. Aus diesen Daten wurde die Verteilung $C_{stat}(h_{cu})$ mit Hilfe statistischer Methoden abgeleitet. Vereinbarungsgemäß dient der maximale Kornbindungsüberstand als gemeinsame Referenz für alle Schneiden, so dass jede Kornspitzenverteilung nur Werte für $0 \leq h_{cu} \leq Z^*$ besitzt und beim Erreichen des Bindungsniveaus ($h_{cu} = Z^*$) endet.

In Abbildung 4.8 sind die berechneten und geglätteten Daten für ein Werkzeug des Typs D91/C60 dargestellt. Weitere Grafiken befinden sich im Anhang D.3, darunter auch die einer abgenutzten D91/C60 Schleifscheibe. Es ist zu beobachten, dass $C_{stat}(h_{cu})$ mit dem Abnutzungsgrad variiert und sich bei starkem Verschleiß auch der maximale

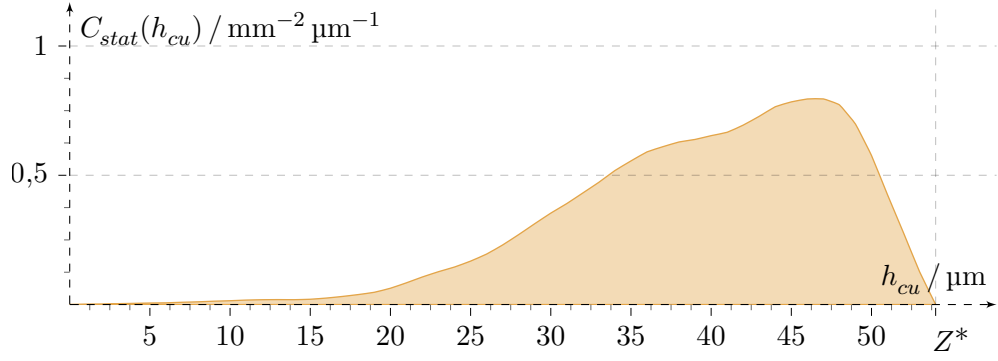


Abbildung 4.8: Kornspitzenverteilung $C_{stat}(h_{cu})$ für ein Werkzeug des Typs D91/C60 im normalen Produktionszustand. Die Abszisse ist auf den maximalen Kornbindungsüberstand $Z^* = 54 \mu\text{m}$ normiert.

Kornbindungsüberstand Z^* reduziert. Für die Modellbildung spielt dieser Umstand zunächst aber keine Rolle.

Durch $C_{stat}(h_{cu})$ wird die Werkzeugoberfläche bezüglich ihrer Schneidenverteilung als ganze beschrieben. Unter Vorgabe der wirksamen Spanungsdicke h_{cu} und der Zerspanfläche A_H kann sowohl die Dichte C_{kin} , als auch die Anzahl N_{kin} der kinematischen Schneiden berechnet werden:

$$C_{kin}(h'_{cu}) = \begin{cases} C_{stat}(h'_{cu}) & h'_{cu} \leq h_{cu} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (4.45a)$$

$$N_{kin} = A_H \int_0^{h_{cu}} C_{stat}(h'_{cu}) dh'_{cu}. \quad (4.45b)$$

Darauf aufbauend lässt sich der tatsächlich wirksame Spanungsquerschnitt $A_{cu}(h_{cu,i})$ aller Diamanten entsprechend ihrer individuellen Spanungsdicke $h_{cu,i}$ erfassen und, unter Verwendung der Wirkgeschwindigkeit $|\vec{v}_e|$, das Zeitspanungsvolumen Q_w ableiten:

$$A_{cu,ges}^*(h_{cu}) = \int_0^{h_{cu}} C_{stat}(h'_{cu}) \cdot A_{cu}(h_{cu} - h'_{cu}) dh'_{cu} \quad (4.46a)$$

$$Q_w(h_{cu}) = \iint_{A_H} |\vec{v}_e(\vec{\rho})| \cdot A_{cu,ges}^*(h_{cu}(\vec{\rho})) \sqrt{|\det[g]|} dx dy. \quad (4.46b)$$

Hierbei ist $A_{cu,ges}^*(h_{cu})$ der Gesamt-Spanungsquerschnitt pro Flächeneinheit, welchen alle Schneiden als Ensemble erzeugen. Der Term $A_{cu}(h_{cu} - h'_{cu})$ beschreibt dagegen

den (oben besprochenen) Einzel-Spanungsquerschnitt der Körner, abhängig von deren tatsächlicher Spannungsdicke $h_{cu,i} = h_{cu} - h'_{cu}$ bei Vorgabe von h_{cu} . Eine Integration über die gesamte Zerspanfläche ist notwendig, da neben $\vec{v}_e = \vec{v}_f + \vec{v}_s$ auch die wirksame Spannungsdicke im Allgemeinen ortsabhängig ist.

Die komplexe Berechnung (4.46) wird im Folgenden durch Annahmen vereinfacht: Zum Einen ist – analog zu Gleichung (4.17) – eine Abschätzung der Wirkgeschwindigkeit \vec{v}_e möglich. Wie schon erläutert, ist selbst am Rand großer Bauteile der Vorschub \vec{v}_f um mehr als eine Größenordnung kleiner als die Schnittgeschwindigkeit \vec{v}_s . Für kleinere Polabstände und hohe Aufmaße (bei denen die Werkstückdrehzahl n_w zur Randbearbeitung stark reduziert werden muss) verkleinert sich dieses Verhältnis noch weiter. Die Schwankung von \vec{v}_f innerhalb der Zerspanfläche ist daher ebenfalls unbedeutend, so dass die Näherung

$$|\vec{v}_e(\vec{\rho})| \approx |\vec{v}_s| \quad (4.47)$$

gerechtfertigt wird.

Zum Zweiten ist es völlig ausreichend, mit einer mittleren, d. h. nicht ortsabhängigen, wirksamen Spannungsdicke zu rechnen. Die Kenntnis des konkreten Zusammenhangs $h_{cu} = h_{cu}(\vec{\rho})$ ist für die Prozessbeschreibung nicht von Belang. Selbst bei nichtlinearen Abhängigkeiten $A_{cu}(h_{cu,i})$ und $\vec{F}_c(h_{cu,i})$ ist ein Abgleich des Modells mit $h_{cu} \neq h_{cu}(\vec{\rho})$ möglich, da immer mehrere Schneiden gleichzeitig im Eingriff sind und das Zeitspannungsvolumen Q_w bzw. die Zerspankraft \vec{F}_w nach Gleichung (4.46) bzw. (4.31) durch Integration gewonnen wird. Entscheidend ist nur, dass die Vorhersagen des Abtrenn- und Kraftmodells mit den experimentellen Daten übereinstimmen. Wie sich zeigen wird, ist dies bei den durchgeführten Experimenten der Fall.

Als Folge der Vereinfachungen ist eine Integration über die Zerspanfläche nicht mehr erforderlich. Zusammenfassend ergibt sich aus (4.46):

$$Q_w(h_{cu}) = |\vec{v}_s| \cdot A_H \int_0^{h_{cu}} C_{stat}(h'_{cu}) \cdot A_{cu}(h_{cu} - h'_{cu}) dh'_{cu}. \quad (4.48)$$

Dieser Ausdruck ist das kontinuierliche Analogon zu Gleichung (2.15), mit dem Unterschied, dass sich die Anzahl der kinematischen Schneiden N_{kin} und die individuelle Spannungsdicke jedes Kornbindungsüberstandes allein aus der Vorgabe von h_{cu} bestimmt. Der in den Gleichungen (4.30) und (4.33) formulierte Grundgedanke des Modells wird (bezüglich \dot{V}_w und Q_w) von (4.48) gewährleistet. Im nächsten Schritt ist die Abhängigkeit der Zerspankraft von der Spannungsdicke aufzuklären, so dass auf diesem Weg eine Verbindung zwischen $Q_w(h_{cu})$ und $\vec{F}_w(h_{cu})$ geschaffen wird.

4.3.2.3 Kraftmodell

Für die Wirkbewegung der kinematischen Schneiden werden die Kräfte $\vec{F}_{c,i}$ benötigt, welche sich nach Gleichung (2.11) zur Zerspankraft \vec{F}_w zusammensetzen. Die Schleifmaschine muss die zugehörige Gegenkraft $-\vec{F}_\varepsilon$ aufbringen (siehe Gleichung (4.1)) und erleidet dadurch eine elastische Deformation einiger ihrer Komponenten (beispielsweise der Werkzeug- und Werkstückspindel). In der Summe entfernt sich der Aufsetzpunkt $\vec{r}_H(\varphi)$ um den Vektor $\vec{\varepsilon}_e$ von seiner vorgegebenen Position, woraus eine Formabweichung des bearbeiteten Werkstücks resultiert.

Um diese Effekte zu erfassen, muss geklärt werden, wie die Schnittkräfte $\vec{F}_{c,i}$ von der Spanungsdicke abhängen und wie \vec{F}_w – unter Verwendung der Kornspitzenverteilung $C_{stat}(h_{cu})$ – daraus aufgebaut wird. Im Gegensatz zu Gleichung (4.2a) ist die Ausrichtung und Anzahl der einzelnen $\vec{F}_{c,i}$ nicht von vorn herein bekannt, da sie sich erst aus $C_{stat}(h_{cu})$ und der Kontaktflächengeometrie ergeben. Des Weiteren ist die Verbindung zwischen elastischer Maschinendeformation $\vec{\varepsilon}_e$ und der resultierenden Deformationskraft \vec{F}_ε zu vermessen und analytisch auszuformulieren. Eine Kombination dieser beiden Abhängigkeiten erlaubt dann die Aufklärung der Zusammenhänge in (4.33).

Zunächst wird die Schnittkraft $\vec{F}_{c,i}$ eines einzelnen Korns betrachtet. Sie kann ganz allgemein in die zwei Kraftkomponenten $F_{ct,i}$ und $F_{cn,i}$ für die (tangentiale) Wirkbewegung bzw. für das senkrechte Eindringen in den Werkstoff zerlegt werden, siehe Abbildung 2.9. Auf diese Weise ist eine getrennte Behandlung möglich. Hierbei wird das gleiche Koordinatensystem wie bei der Ableitung der geometrischen Kornquerschnittsflächen zu Grunde gelegt, d. h. die Normalenrichtung fällt mit der von $h_{cu,i}$ zusammen und die Tangentialrichtung ist parallel zu \vec{v}_e .

Aufbauend auf die – im Zuge von Gleichung (4.44) durchgeführten – Überlegungen der drei Wechselwirkungsbereiche ist zu erwarten, dass die Normalkraftkomponente $F_{cn,i}$ von der Spanungsdicke, den elastischen Materialeigenschaften, wie dem Elastizitätsmodul E und der Poissonzahl ν , der Härte HK , aber auch von der Wirkgeschwindigkeit abhängt. Gleiches gilt für die Tangentialkraftkomponente $F_{ct,i}$, wobei statt der Materialhärte eher die Bruchzähigkeit K_c von Bedeutung ist. Sie ist ein Maß für die kritische Spannung, bei der ein für die Bildung von Sprödbrüchen notwendiger, instabiler Rissfortschritt einsetzt. Da beide Kräfte über das Schnittkraftverhältnis $\mu = F_{ct,i}/F_{cn,i}$ verbunden sind, kann $F_{ct,i}$ entsprechend ersetzt werden:

$$\vec{F}_{c,i} = \{F_{ct,i}, 0, F_{cn,i}\} = F_{cn,i} \cdot \{\mu, 0, 1\}, \quad (4.49)$$

mit $F_{cn,i} = F_{cn,i}(h_{cu,i}, H, E, \nu, |\vec{v}_e|)$ und $\mu = \mu(K_c)$. Dieser heuristische Ansatz ist der Unauflösbarkeit der genauen mikroskopischen Kontaktverhältnisse geschuldet. Die Schnittkraft hängt stark von der individuellen Schneidengeometrie ab und verändert sich mit der Wirkgeschwindigkeit, der Temperatur, den chemischen Verhältnissen und Materialparametern, wie der Risszähigkeit oder der Druck- und Scherfestigkeit. Aufgrund des anwendungsorientierten Hintergrunds des Modells wird obiger, stark vereinfachter Ansatz bevorzugt. Auf die Behandlung des Kühlschmiermittel-Einflusses (und damit

auch der thermischen Effekte) wird verzichtet, da dieses im Rahmen der Experimente unverändert bleibt.

Zur Herleitung des Kraftgesetzes ist nun zu klären, wie das elastische Eindringen zu beschreiben ist, wann und in welcher Form sich der Übergang in den plastischen Bereich gestaltet und welche Kräfte dann wirken. Die Grenze des elastischen Bereichs ist die Schnitteinsatztiefe T_μ , welche auch für die Formulierung des Wirkungsquerschnitts in Gleichung (4.44) benötigt wird. Sie ist nicht von vorn herein vorgegeben und muss aus den folgenden Kraftbetrachtungen gewonnen werden. Wie im vorhergehenden Kapitel vereinbart, wird nachfolgend in der Modellbildung die Notation $\vec{F}_{c,i} = \vec{F}_c(h_{cu,i})$, $F_{ct,i} = F_{ct}(h_{cu,i})$ und $F_{cn,i} = F_{cn}(h_{cu,i})$ verwendet.

Die Wechselwirkung zwischen einem Probekörper (dem Schleifkorn) und einer Oberfläche (der Werkstückoberfläche) ist eine klassische Problemstellung der *Kontaktmechanik*. Man unterscheidet dabei verschieden komplexe Szenarien, je nachdem welche Art von Spannungen (Normalspannungen, Schubspannungen) vorliegen, ob Adhäsionskräfte oder Reibungskräfte auftreten, wie die viskoelastischen Eigenschaften der beiden Körper sind oder ob Rauheiten eine Rolle spielen usw. Für Spezialfälle ist dieses Problem analytisch lösbar, jedoch müssen meist vereinfachende Annahmen getroffen werden. Dies gilt auch im vorliegenden Fall, da weder die mikroskopischen Unebenheiten der Glasoberfläche, noch die genauen Reibungsverhältnisse bekannt sind. Auch ist unklar, wie die konkreten Spannungs- und Dehnungsfelder im Werkstoff aussehen, da es eine starke Abhängigkeit von der individuellen, mikroskopischen Kontaktgeometrie gibt.

Als vereinfachendes Modell zur Beschreibung im Mittel dient folgender Gedanke: Solange die Schnitteinsatztiefe T_μ noch nicht erreicht ist, deformiert das Korn die lokal ebene Glasoberfläche als vollkommen elastischen Halbraum ohne Adhäsion oder Reibung. Dies ist auch als *Hertzsches Kontaktproblem* bekannt und stellt die einfachste Näherung dar [Popov, 2011]. Nachdem auf der Kornmantelfläche $A_M^{geo}(h_{cu,i})$ eine kritische Spannung p_M – welche in der Größenordnung der Materialhärte HK liegt – erreicht wird, dringt die Schneide in den Werkstoff ein (Schnitteinsatztiefe T_μ) und deformiert ihn plastisch. Die Fließgrenze des Materials wird dabei überschritten und es setzt die Spannbildung ein. Da das Glas diesem Druck $p_M = \gamma \cdot HK$ nun nachgibt, bleibt er auch bei höheren Spannungsdicken konstant, so dass für die Normalkraftkomponente gilt:

$$F_{cn}^{geo}(h_{cu,i} \geq T_\mu) = p_M \cdot A_M^{geo}(h_{cu,i}) = \gamma \cdot HK \cdot A_M^{geo}(h_{cu,i}). \quad (4.50)$$

Der Faktor γ kann von der Glassorte und der mittleren Korngeometrie abhängen und ist experimentell zu bestimmen. Dieser Ansatz ist auch für den dritten Wechselwirkungsbereich brauchbar, denn die Sprödbrüche sind für mikroskopische Spannungsdicken ein Phänomen der tangentialen Schnittbewegung und beeinflussen den (primären) Eindringvorgang selbst nicht.

Im Unterschied zu Gleichung (4.50) ist eine Ableitung des elastischen Falls vergleichsweise problematisch. Für den Hertzschen Kontakt und rotationssymmetrische Körper

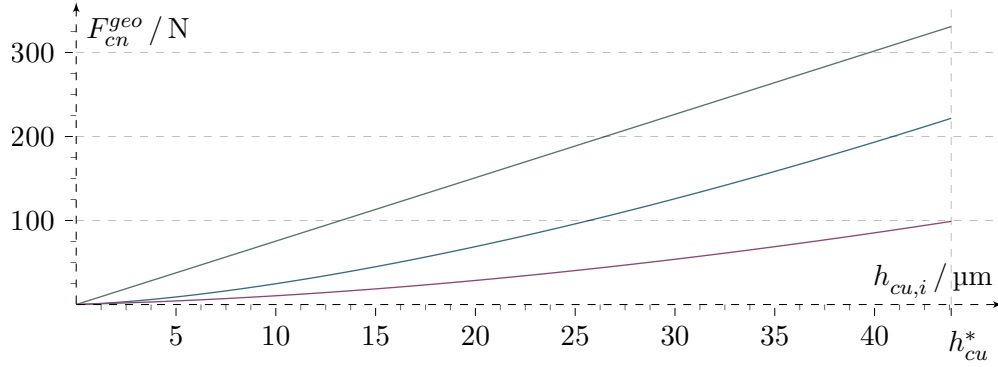


Abbildung 4.9: Normalkraftkomponenten $F_{cn}^{geo}(h_{cu,i})$ der drei Ansätze für die effektive Kornform (blau: Kugel F_{cn}^{kug} , violett: Kegel F_{cn}^{keg} , grün: Zylinder F_{cn}^{zyl}) nach Gleichung (4.54). Die Werte gelten für $d_{km} = 88,12 \mu\text{m}$ (D91/C60 in Tabelle D.1), $L_{vk} = 8,81 \mu\text{m}$, $E^* = 85,6 \text{ kN mm}^{-2}$ (N-BK7 in Tabelle B.5).

wurde jedoch die „Methode der Dimensionsreduktion“ entwickelt, mit der das dreidimensionale Problem auf einen eindimensionalen Fall zurückgeführt werden kann [Geike, 2007, Popov und Heß, 2013]. Hierbei wird die ursprüngliche Kontur des Eindringkörpers¹⁵ $f(x)$ transformiert und in der sogenannten *Winklerschen Bettung* betrachtet. Letztere besteht aus einer Schicht von nebeneinander angeordneten Federelementen mit effektivem Elastizitätsmodul E^* und der differentiellen Steifigkeit $dc = E^* dx$, in die der Ersatzkörper eingedrückt wird, siehe Abbildung D.6.

Nach Popov und Heß [2013] ist die ursprüngliche, um $h_{cu,i}$ eingedrungene Kontur $u(x) = h_{cu,i} - f(x)$ wie folgt zu transformieren:

$$u^*(x) = h_{cu,i} - f^*(x) = h_{cu,i} - x \int_0^x \frac{f'(r)}{\sqrt{x^2 - r^2}} dr. \quad (4.51)$$

Die dafür notwendige Normalkraft $F_{cn}^{geo}(h_{cu,i} < T_\mu)$ ergibt sich als Integral über die einzelnen Federkräfte aus

$$F_{cn}^{geo}(h_{cu,i} < T_\mu) = E^* \int_{-x_0}^{x_0} u^*(x) dx = 2E^* \int_0^{x_0} (h_{cu,i} - f^*(x)) dx, \quad (4.52)$$

wobei x_0 die (positive) Nullstelle von $u^*(x)$ darstellt und E^* mit dem Ausdruck

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1 - \nu_w^2}{E_w} + \frac{1 - \nu_D^2}{E_D} \quad (4.53)$$

¹⁵Die Konturen der drei effektiven Kornformen sind im Anhang D.4 zusammengefasst.

aus den Elastizitätsmoduln und Poissonzahlen des Werkstoffs (E_w und ν_w) und des Eindringkörpers (E_D und ν_D) berechnet wird. Die Gleichungen (4.51) und (4.52) erlauben die exakte Berechnung des Kontaktproblems für beliebige, rotationssymmetrische Körper bzw. achsensymmetrische Konturen $f(x)$, welche auch stückweise definiert sein können [Popov und Heß, 2013]. Dadurch ist eine Lösung für alle drei Kornmodelle herleitbar. Für diese Spezialfälle von F_{cn}^{geo} ergibt die Rechnung:

$$F_{cn}^{kug}(h_{cu,i} < T_\mu) = \frac{E^*}{12\sqrt{2} \cdot 10^6 d_{km}} \left(12 d_{km} h_{cu,i} \sqrt{\sqrt{16 d_{km}^2 h_{cu,i}^2 + L_{vk}^4} + L_{vk}^2} - \left(\sqrt{16 d_{km}^2 h_{cu,i}^2 + L_{vk}^4} - L_{vk}^2 \right)^{3/2} \right) \quad (4.54a)$$

$$F_{cn}^{keg}(h_{cu,i} < T_\mu) = \frac{E^* h_{cu,i} L_{vk}}{10^6} + \frac{E^* (L_{vk} - 2x_0)}{30 \cdot 10^6 (d_{km} - L_{vk})} \left(-30 d_{km} h_{cu,i} + h_{cu}^* (14x_0 + 13L_{vk}) \sqrt{\frac{4x_0}{L_{vk}} - 2 + 30 h_{cu,i} L_{vk}} \right) \quad (4.54b)$$

$$F_{cn}^{zyl}(h_{cu,i} < T_\mu) = \frac{E^* h_{cu,i} d_{km}}{10^6}. \quad (4.54c)$$

Um $F_{cn}^{kug}(h_{cu,i} < T_\mu)$ und $F_{cn}^{keg}(h_{cu,i} < T_\mu)$ analytisch integrieren zu können, war eine Reihenentwicklung der zugehörigen Funktion $f^*(h_{cu,i})$ bis zur zweiten Ordnung in $h_{cu,i}$ notwendig. Die damit verbundenen Fehler sind jedoch vernachlässigbar. Aus Platzgründen wird die Lösung der Nullstellen im Anhang D.4 gezeigt. Eine grafische Darstellung der Funktionen aus (4.54) ist in Abbildung 4.9 zu sehen.

Durch die Gleichungen (4.50) und (4.54) wird die Abhängigkeit der Normalkraftkomponente $F_{cn}(h_{cu,i})$ von der Spannungsdicke $h_{cu,i}$ und Materialparametern E , ν und HK erfasst. Des Weiteren spielen der effektive Korndurchmesser d_{km} und die Ausdehnung der Verschleißfläche L_{vk} eine Rolle. Der Zusammenhang zur Wirkgeschwindigkeit \vec{v}_e klärt sich aus folgendem Sachverhalt: Im praktischen Einsatz wird $|\vec{v}_e|$ selten variiert. Vielmehr gibt es einen verlässlichen Erfahrungswert, der bei nahezu jeder Glassorte und Linsenform Anwendung findet. Nur in Ausnahmefällen wird davon abgewichen, wobei der verfügbare Rahmen durch Herstellervorgaben meist eng begrenzt ist.¹⁶ Ein Abgleich des Kraftmodells auf diese zentrale Wirkgeschwindigkeit (sie liegt im Bereich von $|\vec{v}_e| \approx 32 \text{ ms}^{-1}$) würde für eine Validierung des Modells zunächst ausreichen. Die im nächsten Unterkapitel vorgestellten Schleifkraftmessungen zeigen jedoch eine gute Übereinstimmung mit den theoretischen Vorhersagen für $F_{cn}(h_{cu,i})$ bei Variation von $|\vec{v}_e|$. Der Grund hierfür ist, dass sich bei konstantem Zeitspannungsvolumen Q_w nach Gleichung (4.48) der Spannungsquerschnitt $A_{cu}(h_{cu,i})$ direkt ändert, wenn die Wirkgeschwindigkeit variiert. Dies bedeutet aber auch eine Vergrößerung/Verkleinerung der Spannungsdicke und damit der Normalkraft $F_{cn}(h_{cu,i})$. Auf diesem Weg wird die

¹⁶Eine Halbierung/Verdopplung von $|\vec{v}_e|$ ist im Allgemeinen nicht möglich, siehe auch Kapitel 3.1.1.

Abhängigkeit $F_{cn} = F_{cn}(|\vec{v}_e|)$ automatisch in guter Näherung erfasst und bedarf keiner separaten Modellierung.

Aus obigen Betrachtungen folgt – analog zu Gleichung (4.44) – der Zusammenhang

$$F_{cn}(h_{cu,i}) = \begin{cases} F_{cn}^{geo}(h_{cu,i}) & h_{cu,i} < T_\mu \\ \gamma \cdot HK \cdot A_M^{geo}(h_{cu,i}) & \text{sonst.} \end{cases} \quad (4.55)$$

Mit den Ausdrücken (4.2) und (4.49) kann hieraus die Zerspankraft \vec{F}_w durch Integration der einzelnen Schnittkräfte $\vec{F}_c(h_{cu,i})$ gewonnen werden. Die dazu benötigte Kraftdichte \vec{f}_A wird – im Unterschied zu Gleichung (4.2a) – mit Hilfe des Normalen- und Tangentialvektors \vec{n} bzw. \vec{t} der Zerspanfläche A_H formuliert:

$$\begin{aligned} \vec{f}_A(h_{cu,i}) &= C_{stat}(h_{cu,i}) \cdot \vec{F}_c(h_{cu,i}) \\ &= C_{stat}(h_{cu,i}) \cdot F_{cn}(h_{cu,i}) \cdot (\mu \vec{t} + \vec{n}). \end{aligned} \quad (4.56)$$

Die beiden Vektoren \vec{n} und \vec{t} sind normiert und im Maschinenkoordinatensystem gegeben, so dass (unter Verwendung von $h_{cu,i} = h_{cu} - h'_{cu}$) für \vec{F}_w Ausdruck

$$\vec{F}_w = \int_0^{h_{cu}} \left(\iint_{A_H} F_{cn}(h_{cu} - h'_{cu}) \cdot (\mu \vec{t} + \vec{n}) \sqrt{|\det[g]|} \, dx dy \right) C_{stat}(h'_{cu}) \, dh'_{cu} \quad (4.57)$$

resultiert. Im Gegensatz zum Zeitspannungsvolumen (4.48) ist die Integration des Arguments $\vec{f}_A(h_{cu,i})$ über die gesamte Zerspanfläche notwendig, da nicht nur der Betrag, sondern auch die Richtung des resultierenden Gesamtvektors \vec{F}_w benötigt wird. Andernfalls ist es nicht möglich, die Maschinendeformation $\vec{\varepsilon}_e$ korrekt zu berechnen.

Die durch den Ausdruck (4.57) beschriebene Zerspankraft \vec{F}_w ist nach Gleichung (4.1) der elastischen Deformationskraft \vec{F}_ε entgegengesetzt und gleich groß. Der Zusammenhang zur Deformation $|\vec{\varepsilon}_e|$ wurde mit dem in Kapitel 3.1.2 und Abbildung B.5 beschriebenen Experiment untersucht. In den verwendeten Schleifmaschinen existieren für diese Kraftbetrachtung zwei ausgezeichnete und daher besonders interessante Richtungen/Achsen, die x - und die z -Achse (im Maschinenkoordinatensystem, siehe Abbildung 3.1). Erstere stellt die Bewegungsrichtung der Werkzeugspindeln dar, wodurch eine parallel zu ihr gerichtete Krafteinwirkung senkrecht auf die Rotations- bzw. Symmetrieachse der Werkstückspindel erfolgt. Das Besondere der z -Achse ist hingegen die Tatsache, dass sie mit der Verstellrichtung der Werkstückspindel zusammenfällt und die von ihr hervorgebrachten Kräfte somit senkrecht zur (x, y) -Ebene orientiert sind. Als Konsequenz dieser Maschineneigenschaft wurde das Experiment so gestaltet, dass die elastische Kraftabhängigkeit $\vec{F}_\varepsilon(\vec{\varepsilon}_e) = \{F_{\varepsilon x}, 0, F_{\varepsilon z}\}$ in x - und z -Richtung aufgespalten und getrennt vermessen werden konnte. Um eventuelle Ortsabhängigkeiten zu erfassen, sind die Messungen für jede der beiden Kraftkomponenten an verschiedenen

Komponente	Achse	Position / mm			$ \vec{\varepsilon}_e / \mu\text{m}$	
		Min	Max	Δ	Max	Δ
$F_{\varepsilon x}$	z	56,2	105,2	49	21	2
$F_{\varepsilon z}$	x	0	70	10	28	1

Tabelle 4.1: Parameter der Deformationskraft-Messung nach Abbildung B.5 mit den vermessenen Kraftkomponenten, den jeweiligen Messorten und der angewandten Deformation in die jeweilige Richtung. Das Symbol Δ bezeichnet die entsprechende Schrittweite.

Positionen (der jeweils anderen Achse) durchgeführt worden. Dazu wurde ein geeigneter Schleifscheibenkörper¹⁷ auf einer (an der Sensoroberfläche befestigten) Glasplatte positioniert und schrittweise zugestellt. Da weder der Werkzeugkörper, noch die Sensoranordnung der Kraft ausweichen konnten, entsprach die Zustellung der tatsächlichen Deformation $|\vec{\varepsilon}_e|$ und ermöglichte eine entsprechende Zuordnung.

Der Vektor $\vec{\varepsilon}_e$ entspricht der relativen Abweichung des Aufsetzpunktes von seiner Vorgabe und enthält die Verschiebung der Werkzeug- und der Werkstückspindel gleichzeitig, so dass der Anteil jeder Einzelnen unbekannt ist. Für die Formabweichung TDS und die Kraftmessung ist dieser Punkt aber unerheblich, denn es ist lediglich die Gesamtabweichung $\vec{\varepsilon}_e$ und die damit einhergehende Deformationskraft $\vec{F}_\varepsilon(\vec{\varepsilon}_e)$ von praktischem Interesse. Auf eine Vermessung der einzelnen Anteile wurde daher verzichtet.

In Tabelle 4.1 sind die wichtigsten experimentellen Parameter zusammengefasst. Einige Messungen wurden mehrfach oder an zusätzlichen Zwischenstellen vorgenommen. Abbildung 4.10 stellt exemplarische Kurven der $F_{\varepsilon z}$ -Messung dar, wobei sich alle Ortsangaben auf das Maschinenkoordinatensystem beziehen. Der in Tabelle 4.1 vorgestellte Messbereich ist in Bezug auf die verwendeten Messgeräte maximal. Er umfasst das wichtigste, praktisch relevante Gebiet und erlaubt, wie die Auswertung in Gleichung (4.59) zeigen wird, problemlos auch Aussagen darüber hinaus.

In Bezug auf die Nachgiebigkeit der Experimentieranordnung sind folgende Aspekte zu bemerken:

- Die Steifigkeit jeder Spindeln hängt von ihrer jeweiligen Länge und ihrem Durchmesser ab. Dies ist insbesondere für die Werkzeugspindeln von Bedeutung, da sie in unterschiedlichen Ausführungen existieren und eingesetzt werden. Nur die gängigste und für Produktion bzw. Schleifexperimente wichtigste Art wurde in der Auswertung berücksichtigt. Im Gegensatz zu den Werkzeugspindeln ist die ausgefahrene Länge (Auskräglänge) der Werkstückspindel auch während des Prozesses variabel. Allerdings ist diese Änderung im Verhältnis zur Gesamtlänge der

¹⁷Es handelte sich nur noch um den Stahl-Grundkörper, so dass keine Verfälschung der Messung durch hervorstehende Schleifkörner möglich war.

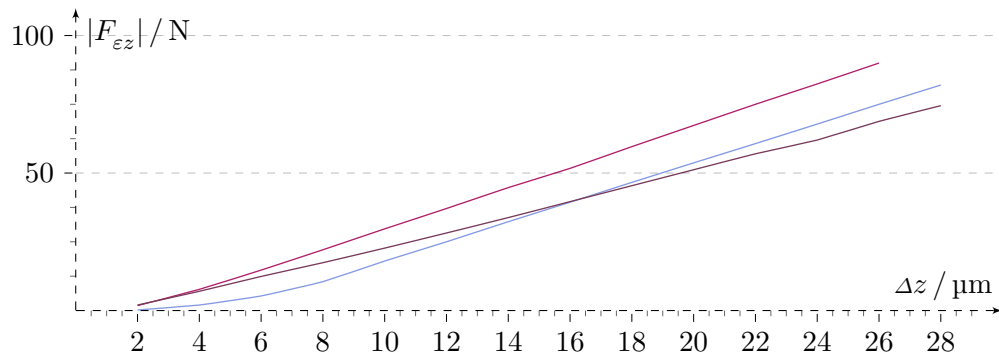


Abbildung 4.10: Exemplarische Kraftkomponente $|F_{\epsilon z}|$ der Deformationskraft-Messung aus Tabelle 4.1 in Abhängigkeit von der Auslenkung Δz an unterschiedlichen Orten der x -Achse (violett: 0 mm, blau: 30 mm, lila: 70 mm). Die Zuordnung des Nullpunktes ist noch nicht erfolgt.

Spindel bei den meisten Bauteilen relativ klein (unter zehn Prozent), so dass näherungsweise von einer konstanten Nachgiebigkeit im praktisch relevanten Bereich ausgegangen werden kann.

- Die Steifigkeit der Sensoranordnung wurde entsprechend der verfügbaren Möglichkeiten maximiert, um keine weiteren, signifikant nachgiebigen Elemente hinzuzufügen. Da im Schleifprozess statt des Sensors ein Werkstück vorhanden ist, muss dessen Nachgiebigkeit berücksichtigt werden. Dies ist aber ein form- und materialabhängiges, nicht allgemein lösbares Problem, welches im Zuge der Kraftmessung nur näherungsweise durch den N-BK7 Glas-Probekörper mittlerer Dicke (1 cm) und Elastizität ($E = 82 \text{ kN mm}^{-2}$) behandelt werden konnte. Eine durch mögliches Überstehen des Bauteils bedingte, zusätzliche Nachgiebigkeit wird in der Praxis durch ausreichend große Auflageflächen weitestgehend vermieden und bleibt daher unberücksichtigt.
- Wie in Abbildung 4.10 zu sehen ist, trat in einigen Messungen ein nichtlineares Verhalten bei kleinen Deformationen auf. Ursächlich dafür sind – nach Ansicht des Autors – Bewegungsfreiheiten innerhalb der Spindellager (Lagerspiel), abhängig von der jeweiligen Ausrichtung im Moment der Messung. Im laufenden Prozess spielt dieser Effekt aufgrund der ständigen Spindeldrehung und dem deutlich höheren Kraftbereich keine Rolle, so dass er im Kraftgesetz vernachlässigt wird. Inwieweit die Steifigkeit insgesamt durch die Rotation beeinflusst wird, konnte nicht verifiziert werden. Eine signifikante Änderung erwartet der Autor allerdings nicht.

Wie bereits erläutert, ist die Kraft–Deformations–Abhängigkeit in x - und (insbesondere) in z -Richtung für die Formabweichung TDS von zentraler Bedeutung. Die y -Komponente spielt für das betrachtete Verfahren hingegen keine unmittelbare Rolle,

da eine relevante Verformung des Werkzeugs oder des Werkstücks in dieser Richtung weder möglich ist, noch – aufgrund der rotationssymmetrischen Bearbeitung – direkte Auswirkungen auf TDS hätte. Eine Vermessung der Kraftkomponente $F_{\varepsilon y}$ war daher nicht erforderlich.

Da die Strecke $|\vec{\varepsilon}_e|$ unter Normalbedingungen den Bereich von einigen zehn μm nicht überschreitet, ist sie sehr klein gegenüber der Ausdehnung der Maschinenanordnung. Im *Hooke'schen Sinne* kann somit ein linear-elastisches Verhalten angenommen werden und der Zusammenhang (4.32) spezialisiert sich zu:

$$\vec{F}_\varepsilon = C \cdot \vec{\varepsilon}_e. \quad (4.58)$$

Die darin enthaltene Kopplungs-Matrix $C = C(x, z)$ beinhaltet die orts- und richtungsabhängige Steifigkeit des betrachteten Systems. In Folge der Reduktion auf die (x, z) -Ebene ist sie zweidimensional. Aus den Messdaten ergibt sich, nach Ausgleichsrechnungen und mit $\vec{\varepsilon}_e = \{\Delta x, \Delta z\}$, für (4.58) die Struktur¹⁸

$$\begin{Bmatrix} F_{\varepsilon x} \\ F_{\varepsilon z} \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} C_{xx} & 0 \\ 0 & C_{zz} \end{pmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \Delta x \\ \Delta z \end{Bmatrix}. \quad (4.59)$$

Die von Null verschiedenen Komponenten der Matrix C betragen für die untersuchte Maschine vom Typ ASM 100 CNC:

$$C_{xx} = -2,945(28) \text{ N } \mu\text{m}^{-1} \quad (4.60a)$$

$$C_{zz} = -3,210(8) \text{ N } \mu\text{m}^{-1} + 0,0080(2) \text{ N } \mu\text{m}^{-1} \text{ mm}^{-1} \cdot |x|, \quad (4.60b)$$

wobei sich die Koordinate x auf das Maschinenkoordinatensystem bezieht. Die übrigen Einträge C_{xz} und C_{zx} sind Null, da in der Maschine keine quer zur Deformationsrichtung auftretenden Kräfte vorkommen. Wie die Abhängigkeit (4.60b) zeigt, nimmt die Nachgiebigkeit in z -Richtung mit wachsendem Abstand von der Werkstückspindel (in Richtung der x -Achse) zu. Des Weiteren waren die Einzelergebnisse sehr stabil und nur mit relativ kleinen Messfehlern behaftet.

Neben dem linear-elastischen Grundgedanken stellen die Gleichungen (4.58) bzw. (4.59) noch in einer anderen Hinsicht eine Näherung dar: Die Werte der Koeffizienten von C sind allein aus der vorgegebenen Werkzeugposition zu ermitteln. Durch die Auslenkung $\vec{\varepsilon}_e$ befindet sich diese aber an einem anderen (zunächst unbekannten) Ort, welcher erst mit Hilfe des Zusammenhangs $\vec{F}_\varepsilon = \vec{F}_\varepsilon(\vec{\varepsilon}_e)$ bestimmt werden kann. Zur Vereinfachung des Problems ist, dank der vergleichsweise geringen Deformationen in der Praxis, die Annahme gerechtfertigt dass die Abweichung $|\vec{\varepsilon}_e|$ keine signifikante Auswirkungen auf C_{zz} (und damit auf das Kraftgesetz) hat. Beispielsweise beträgt der relative Unterschied von C_{zz} bei einer (relativ hohen) Deformation in x -Richtung von $\Delta x = 15 \mu\text{m}$ rund dreieinhalb Prozent und ist damit näherungsweise Null.

¹⁸Aus Gründen der Übersichtlichkeit wird hier die Notation $\vec{\varepsilon}_e = \{\Delta x, 0, \Delta z\} \equiv \{\Delta x, \Delta z\}$ und $\vec{F}_\varepsilon = \{F_{\varepsilon x}, 0, F_{\varepsilon z}\} \equiv \{F_{\varepsilon x}, F_{\varepsilon z}\}$ verwendet. Beide Vektoren befinden sich in der (x, z) -Ebene.

Zum Zwecke der Validierung wurden Vergleichsmessungen an weiteren Maschinen des selben Typs vorgenommen. Dabei erwiesen sie sich als vergleichbar hinsichtlich ihrer Steifigkeiten, so dass die Ergebnisse der Kraftmessung entsprechend übertragbar sind. Für andere (im Rahmen dieser Arbeit nicht verwendete) Maschinentypen ist eine Messung hingegen angebracht.

4.3.2.4 Einheitliche Formulierung

In den vergangenen Betrachtungen wurden die Ansätze (4.30), (4.31) und (4.32) auf die Bedingungen des CNC-Formschleifens von asphärischen Linsen spezialisiert. Die Lösungen für die makroskopischen Größen Zeitspannungsvolumen \dot{V}_w und Q_w in (4.27) bzw. (4.48), Zerspankraft \vec{F}_w in (4.57) und Deformationskraft \vec{F}_ϵ in (4.59) stellen einen Zusammenhang zu den mikroskopischen Vorgängen/Vorstellungen dar. Dazu gehören die effektiven Spannungsquerschnitte $A_{cu}(h_{cu,i})$ in (4.43), die Schnittkräfte $\vec{F}_c(h_{cu,i})$ in (4.55) mit der resultierenden Schnittkraftdichte \vec{f}_A aus (4.56) und insbesondere die wirksame Spannungsdicke h_{cu} . Zwischen diesen beiden „Ebenen“ vermittelt die Zerspanfläche A_H nach (4.40). Werden alle Teilergebnisse zusammengeführt, so ergeben sich die zentralen Gleichungen des Modells des Kräftegleichgewichts:

$$\begin{aligned}\dot{V}_w &= 2\pi x_P \cdot \left| \left(\vec{z}_I(x_A) - \vec{z}_S(x_H) \right) \times \vec{z}'_S(x_H) \right| \cdot v_{fr} \\ &= |\vec{v}_S| \cdot A_H \int_0^{h_{cu}} C_{stat}(h'_{cu}) \cdot A_{cu}(h_{cu} - h'_{cu}) dh'_{cu} = Q_w(h_{cu})\end{aligned}\quad (4.61)$$

und

$$\begin{aligned}\vec{F}_w(h_{cu}) &= \int_0^{h_{cu}} \left(\iint_{A_H} F_{cn}(h_{cu} - h'_{cu}) \cdot (\mu \vec{t} + \vec{n}) \sqrt{|\det[g]|} \, dx dy \right) C_{stat}(h'_{cu}) dh'_{cu} \\ &= - \begin{pmatrix} C_{xx} & 0 \\ 0 & C_{zz} \end{pmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \Delta x \\ \Delta z \end{Bmatrix} = -\vec{F}_\epsilon(\vec{\epsilon}_e).\end{aligned}\quad (4.62)$$

Diese beiden Ergebnisse beschreiben separate Vorgänge und nur ihre Kombination erlaubt nutzbare Aussagen über den Gesamtprozess. Während (4.61) aus dem (letztendlich vom Bediener) vorgegeben, geometrischen Volumenstrom einen Zusammenhang zur wirksamen Spannungsdicke h_{cu} herstellt, schlussfolgert (4.62) auf die damit einhergehende Schleif- und Deformationskraft. Die Wahl des Kornmodells beeinflusst diese Verbindung maßgeblich, da es in beiden Gleichungen eine zentrale Funktion hat. Um den praktischen Anforderungen an das Modell gerecht zu werden, muss die Entscheidung darüber anhand der experimentellen Daten mit den eingesetzten Glaswerkstoffen und Schleifwerkzeugen erfolgen.

Hierzu wurden die in Kapitel 3.1.2 und Abbildung B.6 vorgestellten Schleifexperimente mit Werkzeugen des Typs D30/C50, D91/C60 und D151/C60 (siehe Kapitel 3.1.1) und

Werkzeug	$\dot{V}_w / \text{mm}^3 \text{min}^{-1}$			$ \vec{v}_e / \text{m s}^{-1}$
	Min	Max	Δ	
D30/C50	5	175	5	32,10
D91/C60	20	900	20	32,10
D151/C60	20	900	20	32,10

Tabelle 4.2: Zeitspannungsvolumina \dot{V}_w und zugehörige Wirkgeschwindigkeiten $|\vec{v}_e|$ der Schleifexperimente nach Abbildung B.6 zur Aufklärung der Schnittkraft für die vermessenen Werkzeuge. Das Symbol Δ bezeichnet die entsprechende Schrittweite.

N-BK7 Gläsern durchgeführt. Es konnten jeweils die Normal- und Tangentialkomponenten F_{wn} und F_{wt} der Zerspankraft für einen großen Bereich des (geometrisch bedingten) Zeitspannungsvolumens \dot{V}_w gemessen werden. Zusätzlich wurde auch die Abhängigkeit dieser Kräfte von der Wirkgeschwindigkeit untersucht. In Tabelle 4.2 und 4.3 sind wesentliche Parameter des Experiments zusammengestellt.

An die gemessenen Kraftverläufe können die Vorhersagen aller drei Kornmodelle angeglichen werden. Hierbei gilt es, für die Parameter $\alpha(h_{cu,i})$, β , γ , μ und L_{vk} (siehe dazu die Gleichungen (4.43), (4.44), (4.49), (4.50) und (4.54)) plausible Annahmen zu finden, mit denen das Modell an möglichst alle Resultate der Experimente aus Tabelle 4.2 und 4.3 passt.

Naturgemäß ist dies aber nicht exakt möglich. Zum Einen unterliegen die Messergebnisse immer einer gewissen Streuung, welche durch die konkreten Bedingungen im Moment der Datenerfassung und die unvermeidlichen zufälligen und systematische Messfehler verursacht sind. Zum Anderen kann ein praxisorientiertes (und damit vereinfachtes) Modell, welches die unbekannten mikroskopischen Vorgänge geeignet approximieren muss, nicht alle denkbaren Prozesszustände in gleich guter Art und Weise beschreiben. Neben den individuellen experimentellen Daten ist die Wahl oben genannter Parameter auch nicht eindeutig. Dies gilt insbesondere für die Funktion $\alpha(h_{cu,i})$, so dass aus verschiedenen möglichen Varianten diejenige ausgewählt werden muss, welche den Modellvorstellungen der vorhergehenden Unterkapitel am besten entspricht.

In Bezug auf $\alpha(h_{cu})$ hat sich der heuristische Ansatz

$$\alpha(h_{cu,i}) = 4 \left(\frac{1}{\pi} \arctan \left[4 (h_{cu,i} - T_\mu - 0,1 d_{km} + 1,5) \right] + 0,5 \right) + 1 \quad (4.63)$$

als gut geeignet herausgestellt. Er ist exemplarisch in Abbildung 4.11 gezeigt und bildet die besprochenen drei Wechselwirkungsbereiche nach. Als Vergrößerungsfaktor ist $\alpha(h_{cu,i})$ bis zum Eintritt des spröden Bruchverhaltens Eins und wächst dann auf das Fünffache an. Da die Spannungsdicke für den duktilen Abtrennmodus bei Gläsern im Allgemeinen sehr klein ist (siehe auch Gleichung (2.12)), muss der Übergang schnell

Werkzeug	$ \vec{v}_e / \text{m s}^{-1}$			$\dot{V}_w / \text{mm}^3 \text{min}^{-1}$		
	Min	Max	Δ	Min	Max	Δ
D30/C50	23,56	41,89	2,62	5	65	20
D91/C60	23,56	41,89	2,62	400	800	400
D151/C60	23,56	41,89	2,62	400	800	400

Tabelle 4.3: Wirkgeschwindigkeiten $|\vec{v}_e|$ und zugehörige Zeitspannungsvolumina \dot{V}_w der Schleifexperimente nach Abbildung B.6 zur Aufklärung Schnittkraft für die vermessenen Werkzeuge. Das Symbol Δ bezeichnet die entsprechende Schrittweite.

erfolgen. Für den anschließenden Bereich ist keine weitere qualitative Veränderung (des Abtrennmodus) bekannt, so dass sich $\alpha(h_{cu,i})$ auf dem höheren Niveau stabilisiert.

Der Faktor β ist heuristisch auf $\beta = 0,1 d_{km}$ gesetzt und entspricht daher einer Spannungsbreite $b_{cu,i}$ von zehn Prozent des Korndurchmessers. Ein Vergleich der Modellvorhersagen für variierende β zeigt einen sehr geringen Einfluss, solange $\beta \ll 1$ gilt. Insofern ist der konkrete Wert weniger bedeutsam.

Der im Kraftmodell wichtige Faktor γ aus (4.55) ist, wie schon erklärt, experimentell für jeden Werkzeugtyp zu evaluieren. Aus ihm folgt die Schnitteinsatztiefe T_μ und damit jene Grenze, an welcher sich das Verhalten von $A_{cu}(h_{cu,i})$ und $\vec{F}_c(h_{cu,i})$ qualitativ ändert. Die aus den Messungen extrahierten Werte sind in Tabelle 4.4 zusammengestellt. Wie zu erkennen ist, liegen die benötigten Kraftdichten 7–34 % über der Materialhärte und damit in der gleichen Größenordnung. Der leicht erhöhte Wert kann, nach Ansicht des Autors, vor allem auf die hohe Eindringgeschwindigkeit zurückgeführt werden. Da bei den Härtemessungen deutlich mehr Zeit für Fließprozesse zur Verfügung steht, wird auch weniger Druck zum Eindringen benötigt.

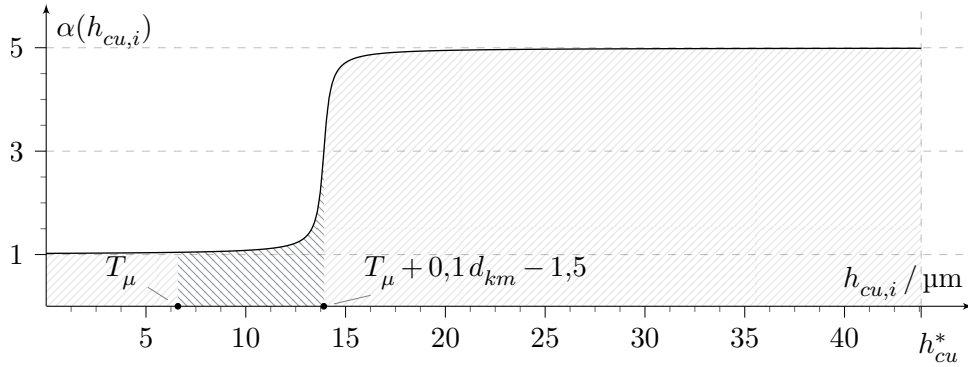


Abbildung 4.11: Der Vergrößerungsfaktor $\alpha(h_{cu,i})$ für die Spanungsquerschnitte $A_{cu}(h_{cu,i})$ nach Gleichung (4.44) mit den Bereichsgrenzen T_μ und $T_\mu + 0,1 d_{km} - 1,5$. Die Werte gelten für $d_{km} = 88,12 \mu\text{m}$ (D91/C60 in Tabelle D.1), $T_\mu = 6,6 \mu\text{m}$ und $L_{vk} = 8,81 \mu\text{m}$.

Werkzeug	$T_\mu / \mu\text{m}$	γ		
		Kugel	Kegel	Zylinder
D30/C50	3,4	1,32	1,34	1,34
D91/C60	6,6	1,10	1,20	1,05
D151/C60	11,3	1,12	1,21	1,07

Tabelle 4.4: Gemittelte Schnitteinsatztiefen T_μ und zugehörige Faktoren γ der Schleifexperimente aus Tabelle 4.2 und 4.3 zur Aufklärung der Schnittkraft für die drei vermessenen Werkzeuge und Kornmodelle.

Das Schnittkraftverhältnis μ folgt aus der Proportionalität zwischen Normal- und Tangentialkraftkomponente der Schnittkräfte $\vec{F}_c(h_{cu,i}) = F_{cn}(h_{cu,i}) \cdot \{\mu, 0, 1\}$ bzw. der Zerspankraft $\vec{F}_w = F_{wn} \cdot \{\mu, 0, 1\}$. Da beide in den Schleifversuchen nach Tabelle 4.2 für alle Werkzeuge getrennt voneinander gemessen wurden, ist eine direkte Ableitung möglich. Es zeigt sich, dass die optimalen Werte von μ bei allen Schleifexperimenten eng beieinander liegen. Aus diesem Grund, und um die freien Parameter des Modells weiter zu verringern, genügt die Verwendung des Mittelwerts $\mu = -0,087(4)$. Damit wird in allen Fällen eine ausreichend gute Übereinstimmung der theoretischen Vorhersage mit den experimentellen Daten erreicht.¹⁹

Der letzte offene Parameter ist der mittlere Verschleißflächen-Durchmesser L_{vk} . Über ihn konnten ebenfalls keine eindeutigen Informationen gewonnen werden. Aufgrund des Aufbaus der Werkzeugoberflächen ist jedoch klar, dass für alle neu in Eingriff kommenden (und alle tiefer liegenden) Schneiden $L_{vk} = 0$ gelten muss. Mit zunehmendem Bindungsüberstand wird L_{vk} im Allgemeinen größer, wobei sich die Anzahl der Körner entsprechend der Kornspitzenverteilung $C_{stat}(h_{cu})$ immer weiter verringert. Sehr große L_{vk} sind daher selten und es wird ebenso der heuristische Ansatz $L_{vk} = 0,1 d_{km}$ gewählt. Hiermit besitzen das Kugel- und Kegelmodell für geringe Spanungsdicken automatisch die Spanungsbreite $b_{cu,i} = 0,1 d_{km}$, welche auch für β angenommen wurde. Darüber hinaus erscheint dem Autor eine mittlere Breite der Verschleißfläche von rund zehn Prozent des gesamten Korndurchmessers als plausible Annahme.

Die sich aus den bestimmten Parametern ergebenden Spanungsquerschnitte $A_{cu}(h_{cu,i})$ und Schnittkraftkomponenten $F_{cn}(h_{cu,i})$ sind in Abbildung 4.12 und 4.13 mit den unveränderten Funktionen $A_{cu}^{geo}(h_{cu,i})$ bzw. $F_{cn}^{geo}(h_{cu,i})$ zusammengefasst. Der Einfluss des Skalierungsfaktors $\alpha(h_{cu,i})$ und der Übergang bei T_μ ist deutlich zu erkennen.

Die Daten der ausgewerteten Kraftmessungen werden, in Kombination mit den entsprechenden Modellvorhersagen, exemplarisch in den Abbildungen 4.14, 4.15 und 4.16 wiedergegeben. Sie zeigen jeweils eine Messung der Zerspankraft (in x - und z -Richtung des Maschinenkoordinatensystem) für alle drei Werkzeuge aus Tabelle 4.2. Die Kraftkomponenten entsprechen den in Grafik B.6 dargestellten und durch die Schleif-

¹⁹Da F_{wn} und F_{wt} in den Messdaten unterschiedliche Vorzeichen aufweisen, wird beim Modellvergleich μ durch $-\mu$ ersetzt.

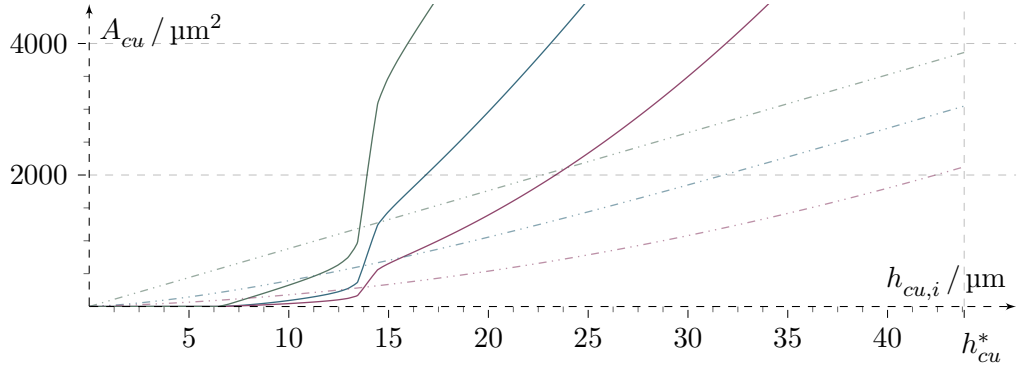


Abbildung 4.12: Spanungsquerschnitte $A_{cu}(h_{cu,i})$ und $A_{cu}^{geo}(h_{cu,i})$ (gestrichelt) der drei Ansätze für die effektive Kornform (blau: Kugel, violett: Kegel, grün: Zylinder) nach Gleichung (4.44) bzw. (4.43). Die Werte gelten für $d_{km} = 88,12 \mu\text{m}$ (D91/C60 in Tabelle D.1), $T_\mu = 6,6 \mu\text{m}$ und $L_{vk} = 8,81 \mu\text{m}$.

scheibe hervorgebrachten Vektoren F_{wx} und F_{wz} . Aufgrund der geringen Ausdehnung der verwendeten Glas-Probekörper (gegenüber dem Werkzeugdurchmesser d_s) und der symmetrischen Experimentieranordnung können diese mit F_{wt} und F_{wn} gleichgesetzt werden. Abbildung 4.17 gibt die Ergebnisse der Kraftmessungen mit einem D151/C60 - Werkzeug bei Variation der Wirkgeschwindigkeit entsprechend Tabelle 4.3 wieder. Weitere Messungen befinden sich in Anhang D.5.

Eine Auswertung der Daten ergibt, dass sich im Rahmen des hier ausgearbeiteten Modells des Kräftegleichgewichts der Kugelansatz als am besten geeignet zeigt. Zwar sind

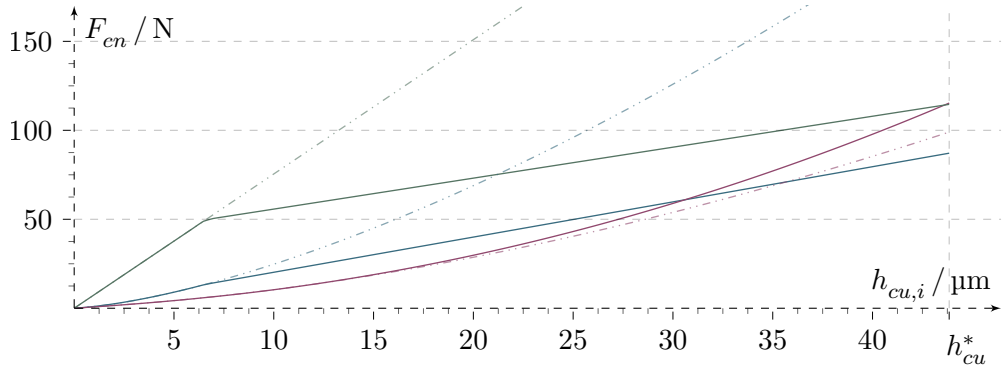


Abbildung 4.13: Normalkraftkomponente $F_{cn}(h_{cu,i})$ und $F_{cn}^{geo}(h_{cu,i})$ (gestrichelt) der drei Ansätze für die effektive Kornform (blau: Kugel, violett: Kegel, grün: Zylinder) nach Gleichung (4.55) bzw. (4.54). Die Werte gelten für $d_{km} = 88,12 \mu\text{m}$ (D91/C60 in Tabelle D.1), $T_\mu = 6,6 \mu\text{m}$, $L_{vk} = 8,81 \mu\text{m}$ und $E^* = 85,6 \text{ kN mm}^{-2}$ (N-BK7 in Tabelle B.5).

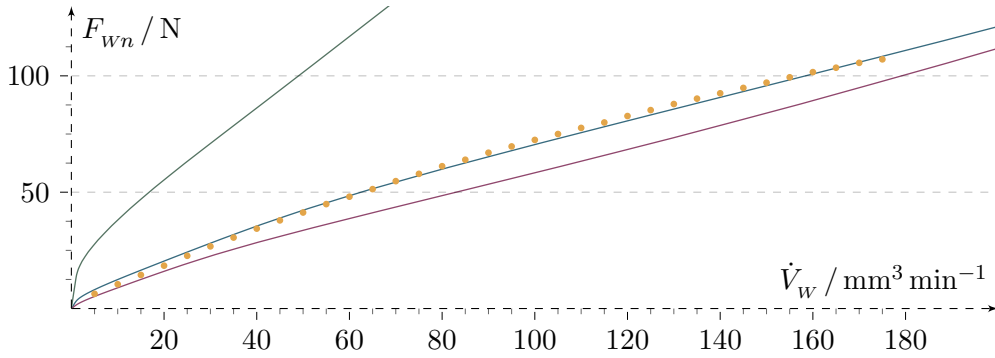


Abbildung 4.14: Kraftkomponente F_{wn} in Abhängigkeit vom Zeitspannungsvolumen \dot{V}_w für ein Werkzeug des Typs D30/C50 (Punkte) und der Vergleich mit den theoretischen Vorhersagen (blau: Kugel, violett: Kegel, grün: Zylinder). Der Parameterbereich ist in Tabelle 4.2 zu sehen.

die diskutierten Modellparameter schon darauf hin optimiert, jedoch war mit den beiden anderen Ansätzen entweder keine konsequente Übereinstimmung mit den Experimenten zu finden oder sie sind mit unrealistischen Annahmen verbunden.

So weist das Zylindermodell ein viel zu hohes Abtrennvermögen auf, da es schon bei minimalen Spannungsdicken die maximale Spannungsbreite von $b_{cu,i} = d_{km}$ besitzt. In Folge dessen müssten die Eindringkräfte schnell auf weit mehr als das Zehnfache (ihres Wertes entsprechend Gleichung (4.55)) anwachsen, um die Schleifkraft zu erbringen, welche laut der Experimente für dieses Zeitspannungsvolumen nötig ist. Alternativ wäre anzunehmen, dass stets nur rund zehn Prozent des Spannungsquerschnitts zum Abtrennvorgang beitragen. In beiden Fällen ist ein derartiges Verhalten jedoch nicht plausibel. Das Kegelmodell hingegen liefert zwar ähnlich Vorhersagen wie der Kugelansatz, besitzt aber den Anstieg der Mantelfläche als weiteren unbekannten Parameter. Außerdem ist diese Grundform, wie auch der Zylinder, vergleichsweise schlecht als mittlere effektive Kornform zu rechtfertigen, da sie nicht vollständig aus statistischen Überlegungen folgt. Das Kugelmodell birgt derartige Probleme nicht und wird daher bevorzugt.

In Bezug auf den effektiven Elastizitätsmodul ist zu berücksichtigen, dass das Diamantkorn sowohl in die N-BK7 Glasoberfläche, als auch in die Bindung eingedrückt wird. Nach Tabelle B.5 gilt für N-BK7 $E_w = 82 \text{ kN mm}^{-2}$ und $\nu_w = 0,21$, für Diamant gilt $E_D \approx 1000 \text{ kN mm}^{-2}$ bzw. $\nu_D = 0,2$ und für die Bronzebindung der Schleifwerkzeuge $E_s \approx 110 \text{ kN mm}^{-2}$ und $\nu_s \approx 0,34$. Während Diamanten also wesentlich steifer sind, entsprechen die Eigenschaften der Bindung denen von N-BK7. Da jedoch nicht die gesamte Deformation (bzw. Kraft–Weg–Abhängigkeit) von Glas, Diamant und Bindung im Vordergrund steht, sondern nur die Abhängigkeit der Kraft beim Eindringen in die Glasoberfläche, genügt es, allein die Elastizität des Glases in Rechnung zu setzen. Für den effektiven Elastizitätsmodul folgt damit $E^* \approx 85,6 \text{ kN mm}^{-2}$.

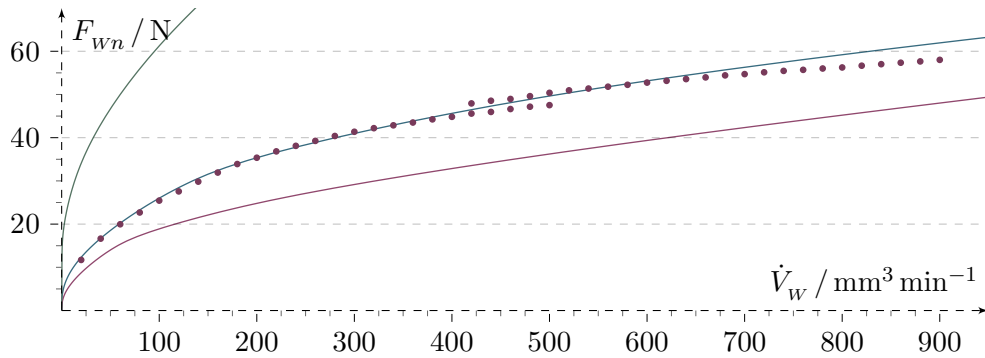


Abbildung 4.15: Kraftkomponente F_{wn} in Abhängigkeit vom Zeitspannungsvolumen \dot{V}_w für ein Werkzeug des Typs D91/C60 (Punkte) und der Vergleich mit den theoretischen Vorhersagen (blau: Kugel, violett: Kegel, grün: Zylinder). Der Parameterbereich ist in Tabelle 4.2 zu sehen. Für $\dot{V}_w = 420 - 500 \text{ mm}^3 \text{ min}^{-1}$ überlappen die Messreihen.

Das abgegliche Modell zeigt eine gute Übereinstimmung mit den experimentellen Werten. Angesichts der Tatsache, dass es *nur einen einzigen* werkzeugspezifischen Parameter gibt, sind die vorhergesagten Kraftverläufe sowohl bei Änderung des Zeitspannungsvolumens, als auch bei Variation der Wirkgeschwindigkeit für den gesamten Bereich mehr als zufriedenstellend. Einzig die Ergebnisse beim D151/C60 -Werkzeug müssen für kleine \dot{V}_w (siehe Abbildung 4.16) als unplausibel beurteilt werden. Dass das Modell für diesen Fall dennoch als verwendbar angesehen wird, liegt an der akzeptablen Übereinstimmung im oberen Bereich und an der Tatsache, dass die D151/C60 -Schleif-

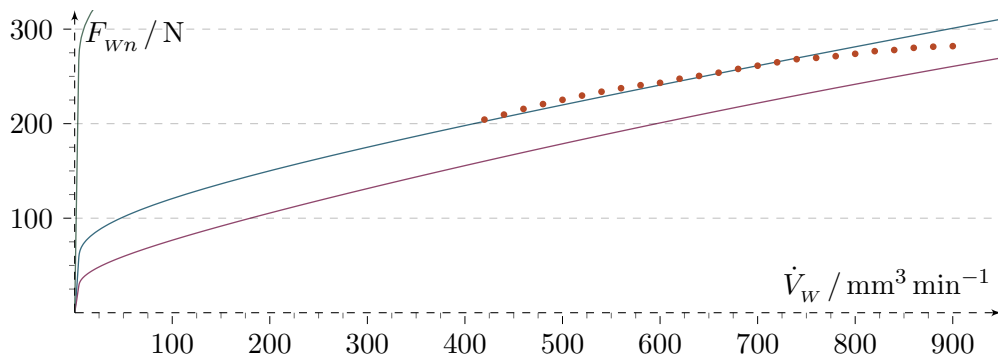


Abbildung 4.16: Kraftkomponente F_{wn} in Abhängigkeit vom Zeitspannungsvolumen \dot{V}_w für ein Werkzeug des Typs D151/C60 (Punkte) und der Vergleich mit den theoretischen Vorhersagen (blau: Kugel, violett: Kegel, grün: Zylinder). Der Parameterbereich ist in Tabelle 4.2 zu sehen. Für $\dot{V}_w = 20 - 420 \text{ mm}^3 \text{ min}^{-1}$ gibt es keine gültige Messreihe.

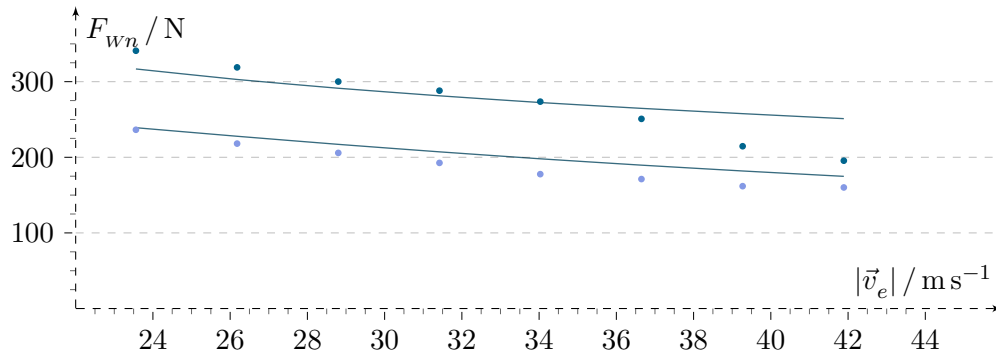


Abbildung 4.17: Normalkraft F_{wn} in Abhängigkeit von der Wirkgeschwindigkeit $|\vec{v}_e|$ und dem Zeitspanungsvolumen \dot{V}_w (mit F_{wn} aufsteigend) für ein Werkzeug D151/C60 (Punkte) und der Vergleich mit den theoretischen Vorhersagen für das Kugelmodell. Der Parameterbereich ist in Tabelle 4.3 zu sehen.

scheiben ohnehin nur für sehr große Zeitspanungsvolumina eingesetzt werden.

In Tabelle 4.5 sind das maximale Zeitspanungsvolumen \dot{V}_w , die Schnitteinsatztiefe T_μ , die zu \dot{V}_w gehörende wirksame Spanungsdicke h_{cu} , sowie die (bis h_{cu} aufintegrierte) Flächendichte der kinematischen Schneiden C_{kin}^* aus den Messungen 4.14, 4.15 und 4.16 zusammengestellt. Die Werte zeigen, dass die Körner mit maximalem Kornbindungsüberstand bis zu zwanzig Prozent ihres mittleren Durchmessers in den Werkstoff eingreifen. Pro Quadratmillimeter sind dann weniger als ein (D91/C60 und D151/C60) oder fast zehn (D30/C50) Diamanten aktiv am Abtrennprozess beteiligt. Dies verdeutlicht den Unterschied zwischen Vor- und Feinschleifwerkzeugen.

Da die Werte allein aus den vermessenen Kornspitzenverteilungen und Kraftdaten extrahiert sind, besitzen sie allerdings rein exemplarischen Charakter und können nur als Orientierung dienen.

Werkzeug	$\dot{V}_w / \text{mm}^3 \text{min}^{-1}$	$T_\mu / \mu\text{m}$	$h_{cu} / \mu\text{m}$	$C_{kin}^* / \text{mm}^{-2}$
D30/C50	175	3,4	6,0	7,179
D91/C60	900	6,6	17,2	0,210
D151/C60	900	11,3	19,3	0,603

Tabelle 4.5: Maximales Zeitspanungsvolumen \dot{V}_w , Schnitteinsatztiefe T_μ , maximale Spanungsdicke h_{cu} und aufintegrierte kinematische Schneidendichte C_{kin}^* zu den Messungen aus Abbildung 4.14, 4.15 und 4.16.

Die vorangegangene Überprüfung der theoretischen Vorhersagen mit den experimentellen Messdaten beweist die Wirksamkeit des Ansatzes. Um nun die Maschinensteuerung – und damit die Schleifergebnisse – verbessern zu können, muss aus den Gleichungen (4.61) und (4.62) der Deformationsvektor $\vec{\varepsilon}_e$ berechnet werden.

Der Lösungsweg dieses Problems ergibt sich zunächst aus der symbolischer Umformung der genannten Gleichungen, wobei die Tatsache ausgenutzt wird, dass beide über die wirksame Spannungsdicke h_{cu} (jeweils die obere Integrationsgrenze) verbunden sind:

$$\vec{\varepsilon}_e = \vec{F}_\varepsilon^{-1}(-\vec{F}_w(h_{cu})) \quad (4.64a)$$

$$h_{cu} = Q_w^{-1}(\dot{V}_w). \quad (4.64b)$$

Die Größen \vec{F}_ε^{-1} und Q_w^{-1} bezeichnen dabei die inversen Funktionen zu $\vec{F}_\varepsilon(\vec{\varepsilon}_e)$ bzw. $Q_w(h_{cu})$. Unter Verwendung von (4.64a), (4.61), (4.62) und der Substitution

$$\vec{F}_c^*(h_{cu,i}) = \iint_{A_H} F_{cn}(h_{cu,i}) \cdot (\mu \vec{t} + \vec{n}) \sqrt{|\det[g]|} \, dx dy, \quad (4.65)$$

sowie von $C_{ij}^{-1} \equiv 1/C_{ij}$ und der Inversen $A_{cu,ges}^{*-1} \equiv (A_{cu,ges}^*)^{-1}$ resultiert daraus:

$$\vec{\varepsilon}_e = - \begin{pmatrix} C_{xx}^{-1} & 0 \\ 0 & C_{zz}^{-1} \end{pmatrix} \cdot \int_0^{h_{cu}} \vec{F}_c^*(h_{cu} - h'_{cu}) C_{stat}(h'_{cu}) dh'_{cu} \quad (4.66a)$$

$$h_{cu} = A_{cu,ges}^{*-1} \left(\frac{2\pi x_P}{|\vec{v}_s| \cdot A_H} \cdot \left| \left(\vec{z}_I(x_A) - \vec{z}_S(x_H) \right) \times \vec{z}'_S(x_H) \right| \cdot v_{fr} \right). \quad (4.66b)$$

Durch die Einschränkung auf die (x, z) -Ebene handelt es sich bei (4.66a) um zwei separate Gleichungen für je eine Komponente von $\vec{\varepsilon}_e$. Es folgt sowohl der Betrag, als auch die konkrete Richtung von $\vec{\varepsilon}_e$ bei der Integration der Schnittkraftdichte über die Zerspanfläche. Diesem Gedanken liegt der Ansatz (4.1) zu Grunde, wonach \vec{F}_ε und \vec{F}_w stets gleichgroß und entgegengesetzt sind. Sie befinden sich in einem Kräftegleichgewicht, bei dem die vektorielle Summe aller auf der Zerspanfläche auftretenden Wirkkräfte eine Maschinendeformation in die resultierende Richtung hervorruft und so durch die entstehende Deformationskraft kompensiert wird.

Mit Hilfe der Gleichungen (4.66) kann eine Verbesserung des Schleifergebnisses erreicht werden, indem der Deformationsvektor vorgehalten, d. h. die Berechnung der Maschinensteuerung entsprechend modifiziert wird. Der Kontaktpunkt wird (in der CNC-Datei) um $-\vec{\varepsilon}_e$ unterhalb von $\vec{z}_S(x_H)$ positioniert und befindet sich dann im Prozess deformationsbedingt genau auf der Soll-Form. Wie bereits angesprochen, werden erst durch diese Steuerungsstrategie die zur korrekten Auswertung der Gleichungen (4.66) erforderlichen Verhältnisse geschaffen.

Die freien Stellgrößen sind neben der Bahn des Kontaktpunktes (Soll-Form) $\vec{z}_S(x_H)$ auch die Profil- und Schnittgeschwindigkeit \vec{v}_{fp} bzw. $|\vec{v}_s|$, sowie die Werkstückdrehzahl n_w .

Die Kornspitzenverteilung $C_{stat}(h_{cu})$, der Schleifscheibendurchmesser d_s , die Kraftabhängigkeit C und die Materialparameter E^* , HK und γ ergeben sich automatisch durch das verwendete Schleifwerkzeug, die eingesetzte Schleifmaschine und das bearbeitete Material. Sie können in einer Datenbank abgespeichert und vom Steuerprogramm ausgelesen werden. Alle weiteren Größen, wie z. B. die Geometrie der Zerspanfläche A_H mit ihren Eckpunkten oder die Geschwindigkeitskomponente v_{fr} , sind geometrischer Natur und resultieren aus \vec{v}_{fp} , n_w und der Differenz (Aufmaß) zwischen $\vec{z}_s(\vec{\rho})$ und $\vec{z}_i(\vec{\rho})$.

Unter der Annahme, dass die Schnittgeschwindigkeit (in den verschiedenen Schleifzyklen) konstant gehalten wird und die Soll-Form der geforderten Bauteilform (des Fertigteils) entspricht, verbleiben lediglich die Höhe der Zustellung a_e , die Drehzahl n_w und die Profilgeschwindigkeit \vec{v}_{fp} als frei wählbare Größen. Letztere kann mit Hilfe von Gleichung (4.28) sogar für den Fall $\dot{V}_w = Q_w^* \equiv \text{const}$ (siehe Kapitel 4.2.1) eingestellt werden. Dann folgt an Stelle von (4.66b):

$$h_{cu} = A_{cu,ges}^{*-1} \left(\frac{Q_w^*}{|\vec{v}_s| \cdot A_H} \right). \quad (4.67)$$

Das Modell des konstanten Zeitspannungsvolumens lässt sich also in Kombination mit dem Modell des Kräftegleichgewichts anwenden. Für den Fall einer extrem steifen Maschinenanordnung (sodass die Deformation $\vec{\varepsilon}_e$ vernachlässigbar wird), ist es ein Spezialfall desselben – selbstverständlich nur solange, wie die Forderung (4.8) aufrecht zu halten ist.²⁰ Im Gegensatz zum Modell aus Kapitel 4.2.1 verlieren die Gleichungen (4.66) aber auch im Fall $\dot{V}_w = Q_w(x) \neq \text{const}$ nicht ihre Gültigkeit. Sie sind weiterhin anwendbar und garantieren die (im Rahmen des Modells) korrekte Berechnung von $\vec{\varepsilon}_e$.

Die in Kapitel 3.2 aufgestellten Forderungen werden von den Gleichungen (4.66) erfüllt.

Dies gilt sowohl für die Beschreibung der Maschinen–Werkstück–Wechselwirkung beim CNC–Formschleifen von asphärischen Linsen unter wechselnden Bedingungen und mit der Berücksichtigung von Werkzeug-, Material- und Maschinenparametern, als auch für die Einbeziehung von Randbedingungen.

Dank der angesprochenen Freiheiten hinsichtlich \vec{v}_{fp} und n_w ist es möglich, Maschinen-grenzen problemlos zu berücksichtigen. Des Weiteren kann durch die Auswertung der Schleifkräfte und Zeitspannungsvolumina eine Überlastung von Werkzeugen, Werkstoffen und Maschinen im Voraus verhindert werden. Je nach Art dieser (ggf. auch mehrfachen) Vorgaben/Grenzen ist eine darauf ausgerichtete Prozesssteuerung erreichbar. Beispiele hierfür sind zeitliche und qualitative Optimierungen oder die Maximierung von Standzeiten. Voraussetzung dafür ist, neben der Kenntnis der Zusammenhänge, lediglich die Verträglichkeit solcher Bedingungen, so dass sie gleichzeitig erfüllbar sind und keine Widersprüche beinhalten.

²⁰Siehe dazu auch die Diskussion um Gleichung (4.29).

4.4 Erweiterungsmöglichkeiten des Modells

Erweiterungsmöglichkeiten des Modells bestehen in drei wesentlichen Punkten: Zum Einen in Bezug auf die systemtheoretische Komponente, d. h. hinsichtlich der zentralen Wechselwirkungen und Prozessgrößen des Abtrennprozesses. Des Weiteren in Bezug auf die einzelnen Ansätze, welche die separaten Vorgänge (z. B. den Abtrennvorgang) beschreiben und somit die konkrete „Instanz“ des allgemeinen Modellansatzes bilden. Zum Dritten kann das Modell auf andere Verfahrensvarianten spezialisiert und angewandt werden. Diese drei Punkte werden im Folgenden genauer besprochen.

Der grundlegende Modellansatz (4.5) bedarf – nach Ansicht des Autors – für die Beschreibung von einzelnen Schleifzyklen keiner direkten Erweiterung, da er allgemein genug ist, um eine Vielzahl von Abtrennprozessen in ihrer prinzipiellen Wirkungsweise erfassen zu können. Statt dessen kann er durch zusätzliche Gleichungen ergänzt werden, welche einen Zusammenhang zwischen dem Zeitspannungsvolumen Q_w und anderen Prozess- oder Ergebnisgrößen herstellen. Ein Beispiel hierfür ist das Modell des Kräftegleichgewichts, welches – von Q_w ausgehend – auf die Schleifkraft \vec{F}_w und die resultierende Deformation $\vec{\varepsilon}_e$ schlussfolgert. Eine Erweiterung des Modells könnte z. B. in der Beschreibung der umgesetzten Leistung und des daraus folgenden Wärmefflusses liegen, um Rückschlüsse auf die thermische Belastung des Werkstoffs und der Werkzeugoberfläche zu ermöglichen.

In Bezug auf eine übergeordnete Modellerweiterung ist die Einbettung des Grundansatzes in eine, die gesamte Prozessstufe enthaltende, Optimierungsstrategie denkbar. Dies wäre insbesondere hinsichtlich der Tiefenschädigung von Interesse, welche so mit wenigen, aufeinander abgestimmten Schleifzyklen weitestgehend reduziert werden könnten. Dadurch würde nicht nur der gesamte Schleifprozess zeitlich und qualitativ optimiert, sondern auch die Voraussetzung für einen effektiven Poliervorgang geschaffen.

Die Beschreibungen der Einzelwechselwirkungen können ebenfalls in verschiedener Hinsicht erweitert werden. So ist die Einbeziehung von Kühlschmiermittel- und Temperaturabhängigkeiten bei den Mikrowechselwirkungen, oder die Erfassung der konkreten Kraftverteilung auf der Zerspanfläche und der sich ergebenden Deformation des Werkstücks möglich. Ein weiteres Beispiel ist die Berücksichtigung des zur Verfügung stehenden Spanraumes (inklusive des Zusetzens durch Werkstoffpartikel) und dessen Einfluss auf den Abtrennvorgang und die anderen Prozessgrößen. Im Allgemeinen können dabei die derzeitigen Forschungsergebnisse (in geeigneter Weise) mit einbezogen werden, so dass das gesamte Modell entsprechend der industriellen Weiterentwicklung aktuell bleibt.

Hinsichtlich der Spezialisierung auf andere Verfahrensvarianten ist vor allem die Herstellung von Freiformflächen interessant. Deren Bearbeitung ist deutlich anspruchsvoller und daher ohne modellgestützte Steuerung nicht ökonomisch durchführbar. Des Weiteren wäre auch eine Übertragung auf das Polieren prinzipiell möglich und könnte zu einer Steigerung der Effektivität und Qualität führen.

5 Umsetzung und Anwendung

Im ersten Teil dieses Kapitels wird die numerische und technische Umsetzung der Modellrechnungen aus Kapitel 4.2 und 4.3 erläutert. Anschließend erfolgt die Darstellung und Diskussion der experimentellen Anwendung auf das CNC-Formschleifen.

5.1 Technische Umsetzung

5.1.1 Prinzipieller Programmablauf

Bei der technischen Umsetzung stand nicht nur der Abgleich und die Validierung des Modells im Vordergrund, sondern auch eine produktions- und praxistaugliche Implementierung. Ziel war es, den neuen Steuerungsansatz so zu realisieren, dass ein routinemäßiger, industrieller Einsatz prinzipiell ermöglicht wird. Um dieses Vorhaben zu erreichen, musste die gesamte Berechnung in die zur Verfügung stehende IT-Infrastruktur eingebunden werden. Letztere bestand vor allem in einer Betriebssoftware, welche den wesentlichen Teil der Produktionsverwaltung und -steuerung, insbesondere die zentrale Bedienoberfläche, die Netzwerk- und Datenbankbindung, die Umsetzung aller Berechnungen und Generierung der CNC-Datei usw., beinhaltete.

Die Implementierung erfolgte in *C++* mit Hilfe des *Microsoft Visual C++* Compilers, der *Microsoft Visual Studio* Entwicklungsumgebung und des Versionsverwaltungssystems *Apache Subversion*.¹ Bei den für die Modellentwicklung und die Experimente durchgeführten analytischen Rechnungen und Datenauswertungen kamen außerdem das Computeralgebrasystem *Mathematica*, der Funktionenplotter *Gnuplot*, die Statistik-Software *GNUR*, das Office-Paket *OpenOffice.org* und die Unix-Shell *Bash* für Stapelverarbeitungen zum Einsatz.²

Bezüglich des Programmablaufs ergaben sich folgende Fragestellungen:

- Welche Eingaben sind zwingend und welche optional durch das Bedienpersonal im industriellen Einsatz zu tätigen?
- Welche Informationen müssen aus der Datenbank und vorhergehenden Schleifdurchgängen und Messungen entnommen werden?
- Wie ist die Berechnung der Gleichungen (4.28) und (4.66) umzusetzen und welche numerischen Probleme treten dabei auf?

¹Siehe [Apache, 2009a, Microsoft, 2007a, Microsoft, 2007b].

²Siehe [Apache, 2009b, R Development, 2007, Wolfram, 2009] und [Gnu Project, 2009, Williams und Kelley, 2008].

- Wie werden die optimierte Werkzeugbahn und die CNC-Datei anhand des berechneten Ergebnisses generiert?

Die ersten beiden Punkte wurden schon in den Kapiteln 4.2.2 und 4.3.2 kurz angesprochen. Im Prinzip sind alle Größen einzugeben, welche die Gleichung (4.28) bzw. (4.66) beinhaltet. Die nicht-experimentellen und für alle Bauteile gleichbleibenden Modellparameter (wie z. B. $\alpha(h_{cu,i})$, β oder L_{vk}) sind Teil des Algorithmus selbst und werden fest einprogrammiert. Sämtliche durch Messung bestimmte Abhängigkeiten (wie z. B. $\vec{F}_\epsilon(\vec{\epsilon}_\epsilon)$ oder $C_{stat}(h_{cu})$) und die Materialparameter (z. B. die Härte HK) ergeben sich automatisch aus den eingesetzten Arbeitsmitteln. Sie sind in der Datenbank abzulegen und vom Steuerprogramm daraus zu entnehmen. Gleiches gilt für die Soll-Form $\vec{z}_s(\vec{\rho})$, welche bei allen Bauteilen eines Produkts unverändert ist.

Im Gegensatz zu $\vec{z}_s(\vec{\rho})$ variiert die Ist-Form hingegen mit jedem Schleifdurchgang. Sie muss entweder durch Messung ermittelt und in die Datenbank aufgenommen, oder anhand der Gestalt des Rohteils bzw. vorhergehender Bearbeitungsschritte abgeschätzt werden. Letztere Variante ist deutlich zeitsparender und beim Vorschleifen oft völlig ausreichend.³ In jedem Fall erfolgt auch dies automatisch.

Als freier Parameter verbleiben letztendlich nur die Werkstück- und Werkzeugdrehzahl n_w bzw. n_s , die Profilgeschwindigkeit \vec{v}_{fp} und das Aufmaß z_0 im Linsenzentrum. Alternativ zu n_s oder \vec{v}_{fp} kann, mit den Gleichungen (4.14) und (4.27), auch der Vorschubeingriff (Bahnabstand) a_f bzw. der geometrische Volumenstrom \dot{V}_w verwendet werden. Somit gibt es vier oder, wenn die Schnittgeschwindigkeit festgelegt ist, drei freie und durch das Bedienpersonal einzugebende Größen. Alle Parameter können Funktionen der Zeit und des Ortes, oder aber konstant sein. Eine schematische Übersicht wird in Abbildung 5.1 gegeben.

Zusätzlich zu den (für das Modell) benötigten Maschineneigenschaften ist es sinnvoll, auch die Maschinengrenzen mit in die Datenbank aufzunehmen. Sie können zusammen mit den optional einzugebenden Randbedingungen bei der Berechnung stets überprüft und berücksichtigt werden. Welche Strategie beim Erreichen einer solchen Schranke angewandt wird, ist dabei variabel und implementierungsabhängig. In Bezug auf die Profilgeschwindigkeit \vec{v}_{fp} oder die Werkstückdrehzahl n_w ist eine einfache Begrenzung möglich, so dass sich das Zeitspanungsvolumen \dot{V}_w bzw. der Bahnabstand a_f entsprechend verändert. Da der Gesamtprozess simuliert wird, sind eventuelle Unvereinbarkeiten in den Randbedingungen sofort erkennbar.

Die eigentliche Rechnung besteht nun in der Lösung der Gleichungen (4.28) bzw. (4.66). Dabei handelt es sich, in Folge der Größen \dot{V}_w , $v_{fr} = \dot{x}_H$ und $n_w = \omega_w/2\pi = \dot{\phi}_w/2\pi$, genau genommen um Differentialgleichungen erster Ordnung in den Koordinaten. Da diese aber nur für die Geschwindigkeiten bzw. Volumenströme zu lösen sind, reduziert sich das Problem auf die punktweise Auswertung der vektoriellen Funktion (4.66). Die

³Dies ist insbesondere bei schon anderweitig vorgeschliffenen Werkstücken oder Planflächen der Fall.

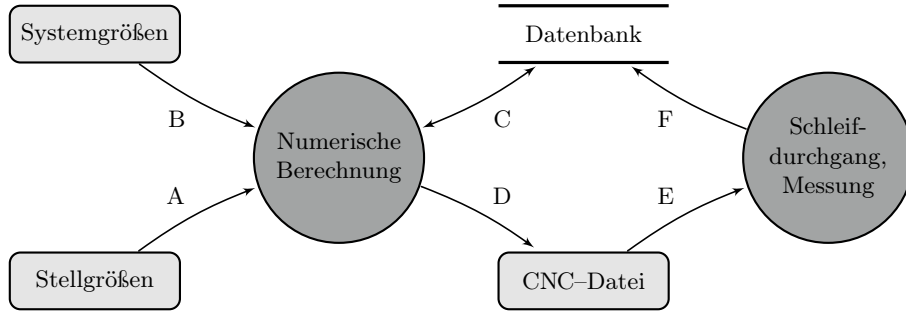


Abbildung 5.1: Datenflussdiagramm der technischen Umsetzung. Die Stellgrößen ($z_0, \vec{v}_{fp}, n_w, n_s, \dot{V}_w, a_f$) und die Systemgrößen (Maschine, Werkzeug, Werkstück) dienen als Eingabe (A und B) in die numerische Berechnung. Diese entnimmt die notwendigen Daten ($\vec{z}_I(\vec{\rho}), \vec{z}_S(\vec{\rho}), \vec{F}_\varepsilon(\vec{\varepsilon}_e), C_{stat}(h_{cu}), d_w, d_s, \gamma, HK$) aus der Datenbank und protokolliert ausgewählte Eingangs- und Prozessgrößen dort (C). Aus den Simulationsergebnissen ($\vec{r}_{s,i}^*, \vec{v}_{fp,i}, n_{w,i}, n_{s,i}$) wird anschließend die CNC-Datei erzeugt (D) und der Schleifzyklus gestartet (E). Dessen Resultate (Formabweichung TDS) fließen in die Datenbank zurück (F).

nötige Diskretisierung und andere wichtige numerische Aspekte werden im nachfolgenden Unterkapitel dargestellt.

Mit Abschluss der Berechnung liegen die Vektoren $\vec{\varepsilon}_{e,i}$ an den verwendeten Diskretisierungspunkten $\vec{z}_{s,i}$ vor und werden zur Korrektur (Vorhalt) der Werkzeugbahn genutzt. Der neue Werkzeugmittelpunkt $\vec{r}_{s,i}^*$ ergibt sich aus dem Alten ($\vec{r}_{s,i}$) durch

$$\vec{r}_{s,i}^* = \vec{r}_{s,i} + \vec{\varepsilon}_{e,i}, \quad (5.1)$$

wobei

$$\vec{r}_{s,i} = \frac{d_s \cdot \vec{n}(x_{H,i})}{2\sqrt{1 + h_s'^2(x_{H,i})}} \quad (5.2a)$$

$$\vec{n}(x_{H,i}) = \{-h_s'(x_{H,i}), 0, 1\} \quad (5.2b)$$

gilt.⁴ In Kombination mit $\vec{v}_{fp,i}$, $n_{w,i}$ und $n_{s,i}$ kann daraus unmittelbar die CNC-Datei erzeugt werden, wobei die zugehörigen CNC-Spezifikationen und eventuelle Maschinenooffsets zu beachten sind.

Im Rahmen der Schleifexperimente haben sich beide Spezialisierungen des Modells als sehr stabil und unempfindlich gegen Störungen in den Eingabeparametern gezeigt. Dies deutet auf eine gute Konditionierung hin und stellt die wesentliche Voraussetzung für einen verlässlichen Produktionsablauf mit reproduzierbaren Ergebnissen dar. Insbesondere

⁴Die Berechnung von \vec{r}_s^* folgt aus der Tatsache, dass das Schleifwerkzeug am Aufsetzpunkt \vec{r}_H tangential an die Soll-Form $\vec{z}_s(x_H) = \{x_H, 0, h_s(x_H)\}$ positioniert wird.

re die Tatsache, dass nicht alle Werkzeuge und Maschinen, sowie deren Wechselwirkung mit sämtlichen Glassorten (siehe z. B. den Parameter γ aus Tabelle (4.4)) stets neu bzw. überhaupt vermessen werden können, ist hierbei von besonderer Bedeutung. Vielmehr müssen die häufig benötigten und zentralen Daten gespeichert vorliegen und auch in ähnlichen Fällen anwendbar sein. Darunter zählen die Kornspitzenverteilungen der wichtigsten Werkzeuge im Normalzustand und die Wechselwirkungs- bzw. Materialparameter der meist genutzten Gläser.

Alle weiteren Messdaten sind optional und im Laufe der Zeit hinzuzufügen. Im Falle von fehlenden Werten sind heuristische Annahmen oder die Interpolation aus bekannten Daten möglich. Beispielsweise liegen die Faktoren γ aus Tabelle (4.4) für das Kugelm-Modell und die vermessenen Werkzeuge eng beieinander, so dass ihr Mittelwert von 1,19 als erster Anhaltspunkt dienen kann.

5.1.2 Ausgewählte numerische Aspekte

Die numerische Umsetzung der eigentlichen Berechnung enthält mehrere Aspekte. Zentraler Ausgangspunkt ist die besprochene Reduktion des Vorgangs auf die (x, z) -Ebene. Diese ist für beide Spezialisierungen des Modells möglich und vereinfacht das Problem erheblich. Lediglich bei der Integration über die Zerspanfläche A_H wird die dritte Dimension benötigt, was auf die angesprochene Lösungsstrategie aber keinen Einfluss hat. Das Problem ist somit entlang der x -Achse geeignet zu diskretisieren und für alle Punkte nacheinander zu lösen. Dafür ist es zweckmäßig, den Aufsetzpunkt $\vec{z}_s(x_H) = \{x_H, 0, h_s(x_H)\}$ des Schleifwerkzeugs in der (x, z) -Ebene, von welchem viele der anderen geometrischen Größen direkt abhängig sind, als Ausgangsgröße zu benutzen. Da sich $\vec{z}_s(x_H)$ auf der Soll-Form befindet, stellen die Punkte $\vec{z}_{s,i} = \{x_i, 0, h_s(x_i)\}$ zunächst die Grundlage der Diskretisierung dar.

In Bezug auf die Intervallbreite muss ein Kosten–Nutzen–Vergleich erfolgen. Sie bestimmt zum Ersten die Genauigkeit der Ableitungen $\vec{z}'_s(x_H)$ bzw. $h'_s(x_H)$, welche Bestandteil vieler Teilrechnungen sind, und bedeutet zum Zweiten die minimale (radiale) Distanz, mit der die Modellrechnung auf Veränderungen reagieren kann. Andererseits steigt die Rechenzeit mit kleiner werdenden Diskretisierungsabstand deutlich an, so dass das Bedienpersonal eine höhere Wartezeit hat. Dies spielt insbesondere dann eine Rolle, wenn die Programmeingaben mit technischen Parametern oder Randbedingungen unverträglich sind (was meist erst während der Berechnung selbst entscheidbar ist) oder die Modellvorhersage vorher beurteilt und optimiert werden soll. In solchen Fällen sind mehrere Rechnungen zu unternehmen und längere Wartezeiten würden den Produktionsablauf behindern.

Abhängig von der Änderungsrate der Prozessparameter sind verschiedene Diskretisierungsstrategien möglich. Sofern jedoch keine kurzzeitigen Wechsel in der Maschinenbelastung oder den Kontaktbedingungen vorkommen können, ist auch eine konstante Auflösung anwendbar. Eine qualitative Untersuchung im Rahmen der Schleifexperimente hat gezeigt, dass eine Intervallbreite in der Größe des Bahnabstandes von $a_f \approx 0,05$ mm ausreichend ist, dass also direkt (und nur) mit den Aufsetzpunkten $x_{H,i}$ gerechnet werden

kann. Höhere Auflösungen haben keine wesentliche Verbesserung der Vorhersage erbracht. Darüber hinaus ist dieser Wert auch mit der Lösung des Vergangenheitsproblems in Gleichung (4.15) konsistent, die unter der Annahme hergeleitet wurde, dass innerhalb einer Werkstückumdrehung keine signifikanten Änderungen der Kontaktbedingungen erfolgen. Als Diskretisierung ergeben sich somit die Punkte $\vec{z}_{s,i} = \{x_{H,i}, 0, h_s(x_{H,i})\}$. Für Bauteile mittleren Durchmessers ($d_w \approx 80$ mm) beträgt die Rechenzeit dann insgesamt ein bis zwei Sekunden.

Neben diesem Punkt kommen als weitere bedeutende Teilprobleme die Berechnung des Schnittpunktes $\vec{z}_l(x_A^l)$ zwischen Schleifwerkzeug und Ist-Form, die Integrationen über C_{stat} und A_H , die Berechnung der Ableitung $\vec{z}'_{s,i}$, die Invertierung $A_{cu,ges}^{*-1}$, sowie die Einbeziehung der Maschinengrenzen in Frage.

Der erste Fall kann auf die Bestimmung der Nullstelle einer monotonen skalaren Funktion zurückgeführt werden. Hierfür sind verschiedene Methoden wie das *Newton-*, *Sekanten-*, *Bisektions-* oder das *Regula-Falsi-Verfahren* geeignet [Dahmen und Reusken, 2008]. Aufgrund seiner Einfachheit, Zuverlässigkeit und Robustheit wird hier das Bisektionsverfahren bevorzugt. Sofern es sich bei der Ist-Form um eine Messkurve handelt, kommt zur Glättung außerdem ein *Polynomfilter* zum Einsatz [Döhler, 2006]. Dadurch werden die störenden Rauheiten und Rauschwerte eliminiert.

In Bezug auf die numerische Integration gibt es ebenfalls mehrere Möglichkeiten, wie z. B. die *Newton-Cotes-Formeln* und die *Gauß-* oder *Romberg-Quadratur* [Dahmen und Reusken, 2008, Press u. a., 2007]. Die verwendete Auflösung ist dabei von obiger Diskretisierung unabhängig. Es ist allerdings zu beachten, dass sämtliche Integrationen für jeden Punkt $x_{H,i}$ auszuführen sind. Folglich spielt der Rechenaufwand bei der Verfahrenswahl eine wichtige Rolle.

Da die Integranden $A_{cu}(h_{cu,i})$, $F_{cn}(h_{cu,i})$ und $C_{stat}(h_{cu})$ im Wesentlichen geradlinige Verläufe aufweisen, d. h. ihre zweite Ableitung meist nahe Null ist,⁵ kann das einfache und schnelle Trapezverfahren (Newton-Cotes-Formel erster Ordnung) eingesetzt werden. Vorteil dieser Methode ist ihre einfache Implementierung und Robustheit. Darüber hinaus haben vom Autor durchgeführte, qualitative Vergleiche bei dieser Berechnung keinen Bedarf an exakteren Integrationsmethoden gezeigt.

Durch die Tatsache, dass die Integration über A_H teilweise analytisch ausgeführt werden kann, sind zudem keine zweidimensionalen Verfahren erforderlich. Für den verbleibenden, zweiten Integrationsschritt wird daher ebenso die genannte Methode angewandt.

Zur Bestimmung der Ableitungen $\vec{z}'_{s,i}$ bzw. $h'_s(x_{H,i})$ kommen zwei prinzipiell verschiedene Varianten in Frage. Sofern die Soll-Form durch eine Gleichung des Typs (2.2) gegeben ist, wird die analytische (und damit exakte) Ableitung ermöglicht. Diese kann strukturell fest einprogrammiert werden und enthält dann nur noch die linsenspezifischen Parameter als Unbekannte. Für den Fall, dass es sich bei $\vec{z}_s(x)$ hingegen um eine

⁵Dies gilt auch für $\sqrt{|\det[g]|}$ und ist beim Trapezverfahren ein Faktor für den numerischen Fehler [Dahmen und Reusken, 2008].

anderweitig festgelegte Kurve (z. B. aus Formmessung) mit unbekannter analytischer Ableitung handelt, ist eine lokale, *lineare Ausgleichsrechnung* mit eventuell vorgeschalteter Glättung notwendig. Da in dieser Arbeit ein solcher Umstand nicht auftrat, kam immer die erste Variante zur Anwendung.

Die abschließende numerische Problemstellung betrifft die Auswertung der inversen Funktion $A_{cu,ges}^{*-1}$. Hierbei ist die Tatsache von Vorteil, dass die beiden Integranden $A_{cu}(h_{cu,i})$ und $C_{stat}(h_{cu})$ monoton wachsend sind und die Bedingungen $A_{cu}(h_{cu,i} > 0) \neq 0$ und $C_{stat}(h_{cu} > 0) \neq 0$ sichergestellt wurden.⁶ Dieser Punkt ist aus numerischer Sicht besonders wichtig und gewährleistet die Monotonie der Stammfunktion $A_{cu,ges}^*$. Dadurch ist eine Invertierung eindeutig und problemlos möglich. Eventuell benötigte Zwischenwerte können dann mit Hilfe von Interpolationsverfahren, wie der *Lagrange*-, *Hermite*- oder *Spline-Interpolation* gewonnen werden [Dahmen und Reusken, 2008, Press u. a., 2007].

5.2 Anwendung des Modells des konstanten Zeitspannungsvolumens

Nach Abschluss der technischen Umsetzung gelang die vollständige Validierung des Modells. Es konnten Linsen verschiedenen Durchmessers und unterschiedlicher Glassorte unter wechselnden Prozessbedingungen geschliffen und ausgewertet werden. Durch einen Vergleich der Schleifergebnisse und der Prozesszeiten mit den Werten der bestehenden Praxis wurde die Wirksamkeit der theoretischen Beschreibung bestätigt und quantifiziert. Darüber hinaus gelang es, die Modellrechnung derart in die Betriebssoftware zu integrieren, dass nun ein routinemäßiger Einsatz durch Bedienpersonal möglich ist.

Um die Ergebnisse besser einschätzen zu können, sind in den Abbildungen 5.2, 5.3 und 5.4 typische Profil-Formmessungen (der Passfehlerfunktion *TDS*) von Schleifdurchgängen ohne (korrekte) Steuerung des Zeitspannungsvolumens gezeigt, wie sie in der Praxis häufig auftreten. Zur einfacheren Vergleichbarkeit der Messkurven handelt es sich dabei ausschließlich um verschiedene Planflächen. Wie zu erkennen ist, fallen die Ergebnisse sehr unterschiedlich aus. Charakteristisch sind starke Schwankungen, tendenzielle Verläufe und die zum Teil sprunghaften Formabweichungen im mittleren und äußeren Werkstückbereich⁷ ($x \gtrsim 10$ mm). Sie resultieren aus lastbedingten Veränderungen der Schleif- und Deformationskraft.

Eine weitere typische Eigenschaft ist das Abfallen der Formabweichung zum Bauteilzentrum ($x \lesssim 10$ mm) hin, welches durch das sinkende geometrische Zeitspannungsvolumen \dot{V}_w bedingt wird. Abbildung 5.4 stellt ein extremes Beispiel dar, bei dem das Schleifwerkzeug im mittleren und äußeren Bereich überlastet war und somit einen entsprechenden

⁶Hierfür muss insbesondere die Kornspitzenverteilung $C_{stat}(h_{cu})$ auf den höchsten Kornbindungsüberstand normiert werden.

⁷Zur besseren Kennzeichnung werden die Profil-Formmessungen nachfolgend (bezüglich des Radius) in einen *zentralen*, *mittleren* und *äußeren Bereich* untergliedert.

Formfehler hinterließ. Ursache war ein nicht-konstantes und, für die Schleiffähigkeit des Werkzeugs, zu hohes Zeitspannungsvolumen.

Im Gegensatz zu diesen Ergebnissen zeigt die Anwendung des Modells des konstanten Zeitspannungsvolumens ein deutlich besseres Verhalten. In den Abbildungen 5.5, 5.6 und 5.7 sind exemplarische Profil-Formmessungen von Schleifdurchgängen auf Gläsern des Typs F2, N-BK7 und N-LAK10 mit *D91/C60*-Werkzeugen aufgezeigt. Sie wurden mit Zeitspannungsvolumina von $\dot{V}_w = 300 - 800 \text{ mm}^3 \text{ min}^{-1}$ und Aufmaßen von

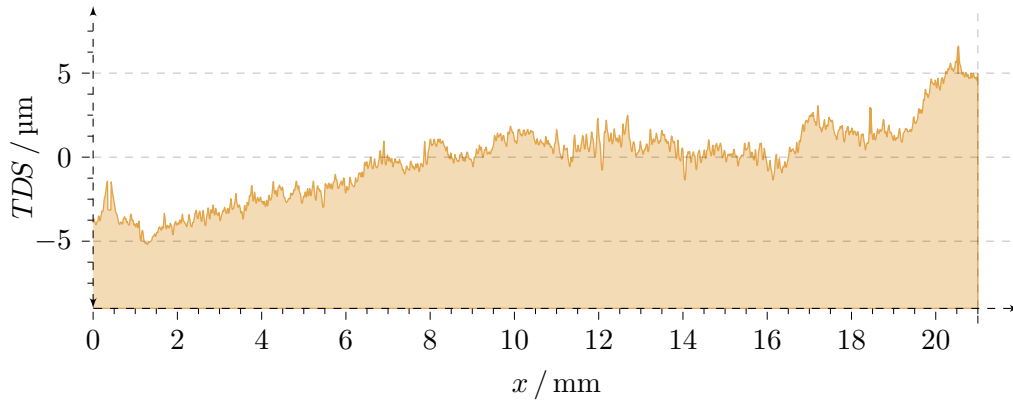


Abbildung 5.2: Profil-Formmessung einer Planfläche beim Vorschleifen ohne Steuerung des Zeitspannungsvolumens. Die Prozessparameter sind $d_w = 45 \text{ mm}$, $z_0 = 1,5 \text{ mm}$ und $\dot{V}_w = 850 \text{ mm}^3 \text{ min}^{-1}$. Für die Formabweichungen gilt $PV = 10,959 \text{ µm}$, $RMS_t = 2,422 \text{ µm}$, $RMS_i = 1,280 \text{ µm}$ und $RMS_a = 0,639 \text{ µm}$.



Abbildung 5.3: Profil-Formmessung einer Planfläche beim Vorschleifen ohne Steuerung des Zeitspannungsvolumens. Die Prozessparameter sind $d_w = 45 \text{ mm}$, $z_0 = 1,5 \text{ mm}$ und $\dot{V}_w = 850 \text{ mm}^3 \text{ min}^{-1}$. Für die Formabweichungen gilt $PV = 14,830 \text{ µm}$, $RMS_t = 4,676 \text{ µm}$, $RMS_i = 2,587 \text{ µm}$ und $RMS_a = 0,573 \text{ µm}$.

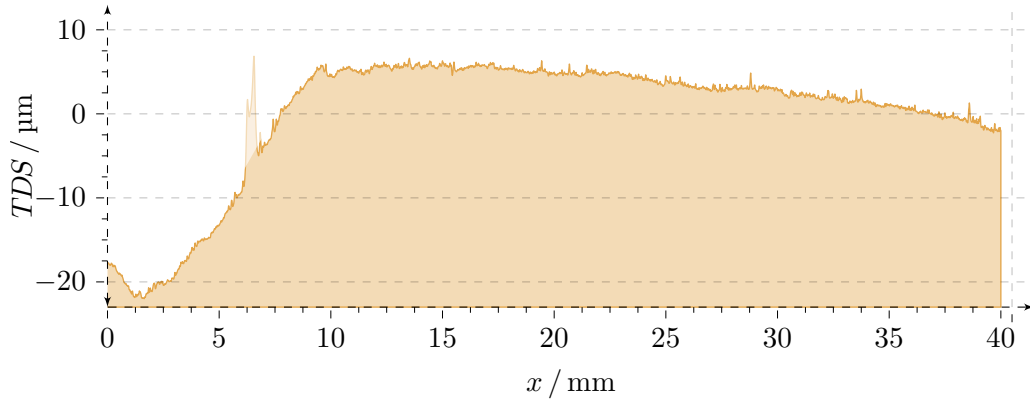


Abbildung 5.4: Profil-Formmessung einer Planfläche beim Vorschleifen ohne Steuerung des Zeitspannungsvolumens. Die Prozessparameter sind $d_w = 80$ mm, $z_0 = 0,7$ mm und $\dot{V}_w = 650$ mm³ min⁻¹. Für die Formabweichungen gilt $PV = 27,741$ µm, $RMS_t = 7,744$ µm, $RMS_i = 7,424$ µm und $RMS_a = 2,634$ µm.

Glassorte	\dot{V}_w / mm ³ min ⁻¹			z_0 / mm		
	Min	Max	Δ	Min	Max	Δ
F2	400	800	200	0,9	1,5	0,6
N-BK7	400	800	200	0,7	1,5	0,8
N-LAK10	300	600	100	0,5	1,0	0,5

Tabelle 5.1: Zeitspannungsvolumina \dot{V}_w und Aufmaße z_0 der dargestellten Schleifexperimente zur Verifizierung des Modells des konstanten Zeitspannungsvolumens mit verschiedenen Glassorten. Das Symbol Δ bezeichnet die entsprechende Schrittweite.

$z_0 = 0,5 - 1,5$ mm (Linsenzentrum) bearbeitet. In Tabelle 5.1 ist ein Überblick über die experimentellen Parameter ersichtlich. Weitere Ergebnisse befinden sich im Anhang E.1. Wie zu erkennen ist, unterscheiden sich die Messungen signifikant von den Vorhergehenden. Im Bereich des konstanten Zeitspannungsvolumens ist die resultierende Formgenauigkeit deutlich stabiler und ohne große Schwankungen oder Sprünge. Es bildet sich ein Plateau heraus, bei dem die Formabweichung im Wesentlichen gleich bleibt. Erst beim Erreichen der durch die Maschine oder die Randbedingungen festgelegten Vorschubbegrenzung⁸ sinken die Zerspan- und Deformationskraft mit \dot{V}_w stetig auf Null und die Maschinendeformation wird kleiner. Dieses Verhalten wurde bereits in der Diskussion von Gleichung (4.28) besprochen und ist erwartungsgemäß.

⁸Der genaue Ort der Begrenzung ist von \dot{V}_w und z_0 abhängig. Meist liegt er beim Vorschleifen im Bereich von $x \approx 7 - 10$ mm.

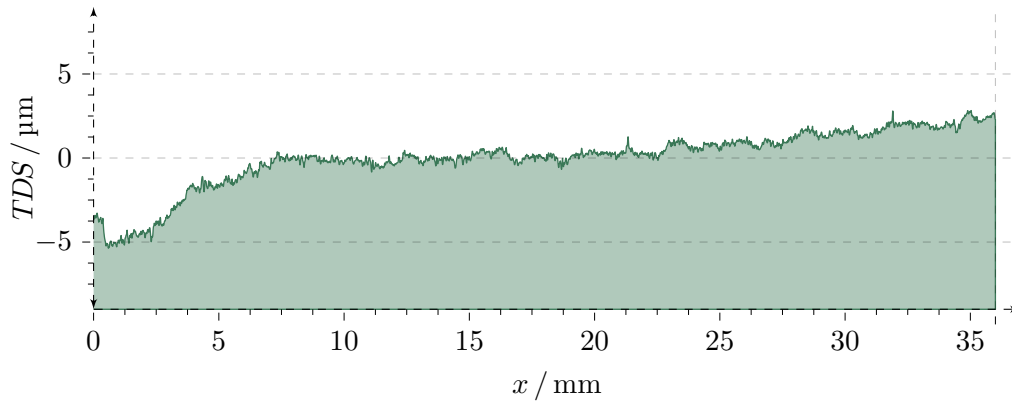


Abbildung 5.5: Profil-Formmessung einer Planfläche aus F2 beim Vorschleifen mit Steuerung des Zeitspannungsvolumens. Die Prozessparameter sind $d_w = 75$ mm, $z_0 = 0,9$ mm und $\dot{V}_w = 400$ mm³ min⁻¹. Für die Formabweichungen gilt $PV = 7,767$ µm, $RMS_t = 1,701$ µm, $RMS_i = 1,057$ µm und $RMS_a = 0,619$ µm.

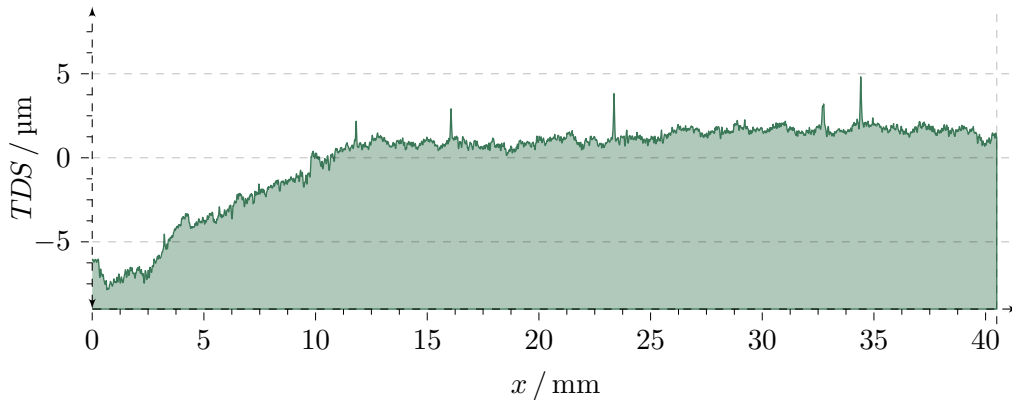


Abbildung 5.6: Profil-Formmessung einer Planfläche aus N-BK7 beim Vorschleifen mit Steuerung des Zeitspannungsvolumens. Die Prozessparameter sind $d_w = 85$ mm, $z_0 = 1,5$ mm und $\dot{V}_w = 800$ mm³ min⁻¹. Für die Formabweichungen gilt $PV = 10,326$ µm, $RMS_t = 2,543$ µm, $RMS_i = 1,957$ µm und $RMS_a = 0,666$ µm.

Die Wahl der drei bearbeiteten Werkstoffe wurde aufgrund ihrer Härte getroffen. Diesbezüglich unterscheiden sie sich deutlich voneinander, wobei F2 an der unteren und N-LAK10 an der oberen Grenze der meisten Gläser liegt, siehe Tabelle B.5 und [SCHOTT, 2013]. Da sich die Glashärte im praktischen Einsatz als eine entscheidende Größe für die Schleifbarkeit erweist,⁹ konnte der Modellansatz so für ein breites Spektrum an Materialien verifiziert werden. Wie die Messungen nachweisen, tritt die erwartete Verbesserung im Schleifergebnis überall ein und es kann davon ausgegangen werden, dass dies auch bei anderen Gläsern der Fall ist.

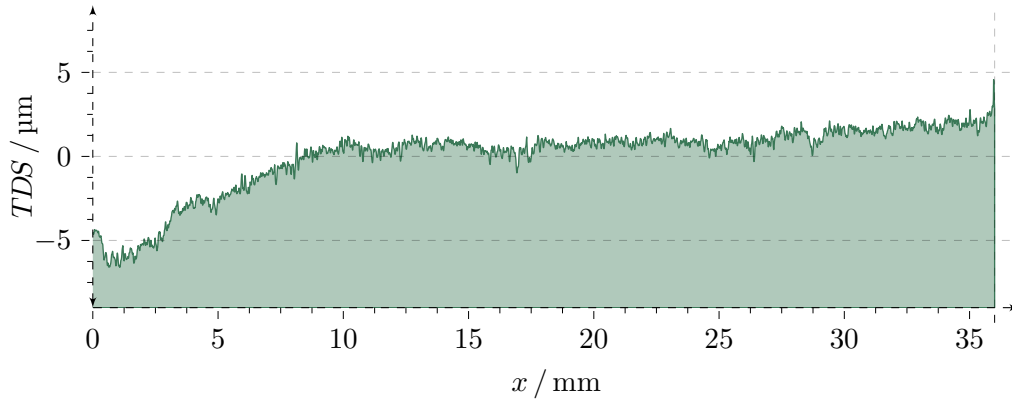


Abbildung 5.7: Profil-Formmessung einer Planfläche aus N-LAK10 beim Vorschleifen mit Steuerung des Zeitspannungsvolumens. Die Prozessparameter sind $d_w = 75$ mm, $z_0 = 1$ mm und $\dot{V}_w = 600$ mm³ min⁻¹. Für die Formabweichungen gilt $PV = 9,198$ µm, $RMS_t = 2,052$ µm, $RMS_i = 1,495$ µm und $RMS_a = 0,645$ µm.

Abbildung 5.8 stellt die Messkurve bei Verwendung einer Asphäre mit $R = 28$ mm, $\kappa = -1$ und $d_w = 48,5$ mm dar. Auch hierbei sorgt die Stabilisierung des Zeitspannungsvolumens für eine deutlich geringere Formabweichung, wobei sich allerdings im Laufe der Experimente gezeigt hat, dass – abhängig von der Asphärizität – eine gewisse Restwelligkeit übrig bleiben kann. Der Grund dafür liegt in der Variation der Zerspanfläche A_H und wird erst vom Modell des Kräftegleichgewichts analytisch erfasst: Sofern $\dot{V}_w = Q_w^* \equiv \text{const}$ und $|\vec{v}_e| = \text{const}$ gilt, bleibt der Gesamt-Spanungsquerschnitt $A_{cu,ges}$ stets gleich. Eine Vergrößerung von A_H erhöht die Anzahl der kinematischen Schneiden und bedingt, aufgrund von $A_{cu,ges} = \text{const}$, ein Absinken der wirksamen Spannungsdicke h_{cu} und eine Reduktion der Schnittkräfte $\vec{F}_{c,i}$. Da die Abhängigkeiten $A_{cu}(h_{cu,i})$ und $\vec{F}_c(h_{cu,i})$ in ihrem Verlauf qualitativ verschieden sind, erzeugt ein verändertes $h_{cu,i}$ ein neues Verhältnis zwischen Spanungsquerschnitt und Schnittkraft. Folglich variiert mit der Zerspanfläche A_H insgesamt auch die Zerspankraft \vec{F}_w und damit die Maschinendeformation $\vec{\varepsilon}_e$.

⁹Dies ist aus empirischen Untersuchungen bekannt [asphericon, 2010].

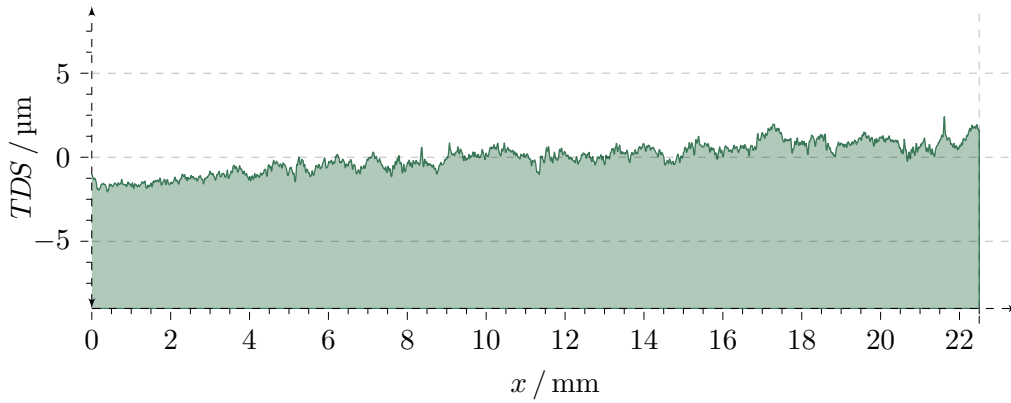


Abbildung 5.8: Profil-Formmessung einer Asphäre beim Vorschleifen mit Steuerung des Zeitspannungsvolumens. Die Prozessparameter sind $d_w = 48$ mm, $z_0 = 0,5$ mm und $\dot{V}_w = 450$ mm³ min⁻¹. Für die Formabweichungen gilt $PV = 3,476$ µm, $RMS_t = 0,883$ µm, $RMS_i = 0,489$ µm und $RMS_a = 0,342$ µm.

Trotz der angesprochenen Einschränkungen bei stark asphärischen Bauteilen kann die Wirksamkeit des Modells als erwiesen angesehen werden. Die Ausbildung der Plateaus bei stabilisiertem Zeitspannungsvolumen bestätigt den grundlegenden Ansatz (4.7), welcher eine Proportionalität zwischen \dot{V}_w und \vec{F}_w , also (nach Gleichung (4.1) und (4.3)) auch zwischen \dot{V}_w und $\vec{\epsilon}_e$, behauptet. Dies wird weiterhin durch die Tatsache gestützt, dass mit steigendem Zeitspannungsvolumen die Plateauhöhe anwächst.¹⁰

Die Anwendung des Modellansatzes führt zu einer signifikant besseren Formgenauigkeit (geringere und gleichmäßigere Formabweichung) und ist in der Lage, die Überlastung von Maschine, Werkzeug und Werkstoff (wie z. B. in Abbildung 5.4) zu vermeiden. Gleichzeitig kann das Schleifwerkzeug über das gesamte Werkstück hinweg bis zur Vorschubbegrenzung optimal ausgelastet werden, was einen deutlich schnelleren Prozessablauf ermöglicht. So beträgt die Zeit eines Schleifdurchgangs bei den Messungen 5.5, 5.6 und 5.7 nur knapp 50 % derjenigen, die benötigt würde, wenn der Vorschub überall auf den (maximal zumutbaren) Wert am Bauteilrand begrenzt bliebe. Letztere Strategie wird in der Fertigung häufig eingesetzt, um die Schleifscheiben mit Sicherheit an keinem Punkt zu überlasten.

Die optimale Nutzung der Werkzeuge bedeutet dabei nicht zwangsläufig eine Maximierung des Zeitspannungsvolumens. Vielmehr kann die praktische Erfahrung hinsichtlich der (von der Belastung abhängigen) Standzeiten einfließen und ein Kompromiss zwischen dem Zeitaufwand des einzelnen Durchgangs und der Abrichthäufigkeit getroffen werden. Gleiches gilt für die ebenfalls von \dot{V}_w beeinflusste Randzonenschädigung – auch in Bezug darauf ist eine zeitliche Optimierung des Gesamtprozesses erreichbar.

¹⁰Dies ist durch einen Vergleich der Messkurven zur selben Glassorte erkennbar, siehe Anhang E.1.

5.3 Anwendung des Modells des Kräftegleichgewichts

Im Unterschied zum Modell des konstanten Zeitspannungsvolumens waren zur Validierung des Modells des Kräftegleichgewichts mehr Einzelwechselwirkungen zu überprüfen und quantitativ umfangreichere Messungen notwendig. Die technische Umsetzung gelang dabei ebenfalls vollständig bis zur Produktionsreife. In zahlreichen Experimenten wurde der Modellansatz validiert und auf seine Praxistauglichkeit getestet.

Dabei ist zu bemerken, dass die hier dargestellten Schleifergebnisse mit einem früheren Stadium des Modells gewonnen wurden. Dies reduziert seine Aussagekraft und Übertragbarkeit aber in keiner Weise, da dessen theoretische Vorhersagen (Abhängigkeiten zwischen \dot{V}_w und \vec{F}_w bzw. $\vec{\varepsilon}_e$) denen aus Kapitel 4.3.2 gleichen. Lediglich die Formulierung und Begründung der einzelnen Modellansätze war deutlich empirischer und basierte nicht auf einem durchgängig physikalischen Ansatz.

Alle gezeigten Messkurven sind also ohne Einschränkung repräsentativ für das Modell des Kräftegleichgewichts. Aus Platzgründen ist hier nur eine kleine Auswahl von Ergebnissen zusammengestellt, zahlreiche weitere Profil-Formmessungen befinden sich im Anhang E.2. Die Abbildungen 5.9, 5.10 und 5.11 beinhalten die gemessenen Formabweichungen beim Vorschleifen von Planflächen aus N-BK7 mit D91/C60 Werkzeugen. Es wurden Zeitspannungsvolumina von $\dot{V}_w = 450 - 850 \text{ mm}^3 \text{ min}^{-1}$ und Aufmaße von $z_0 = 0,5 - 1,5 \text{ mm}$ verwendet. Die Ergebnisse in 5.12 und 5.13 sind hingegen aus Feinschleifdurchgängen mit Schleifscheiben des Typs D30/C50 entstanden. Das Material war (zwecks besserer Vergleichbarkeit) ebenfalls N-BK7 und die experimentellen Parameter lagen bei $\dot{V}_w = 35 - 100 \text{ mm}^3 \text{ min}^{-1}$ und $z_0 = 0,05 - 0,1 \text{ mm}$.

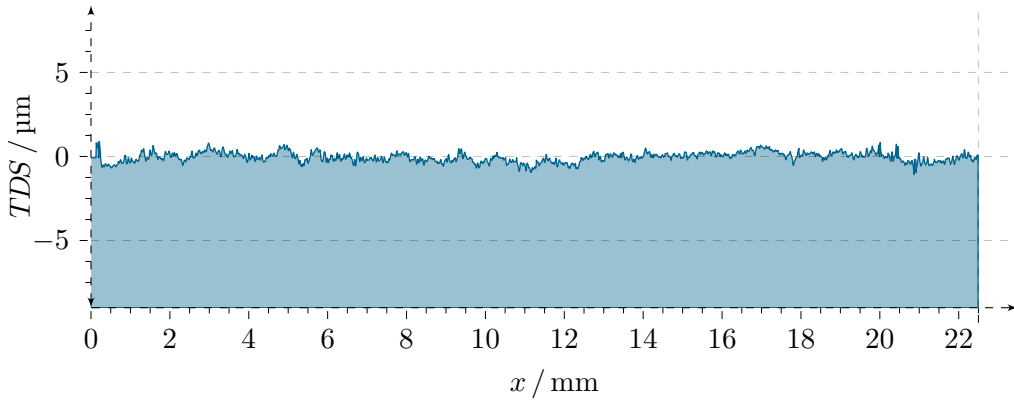


Abbildung 5.9: Profil-Formmessung einer Planfläche beim Vorschleifen mit dem Modell des Kräftegleichgewichts. Die Prozessparameter sind $d_w = 48 \text{ mm}$, $z_0 = 1 \text{ mm}$ und $\dot{V}_w = 450 \text{ mm}^3 \text{ min}^{-1}$. Für die Formabweichungen gilt $PV = 1,204 \text{ µm}$, $RMS_t = 0,290 \text{ µm}$, $RMS_i = 0,289 \text{ µm}$ und $RMS_a = 0,245 \text{ µm}$.

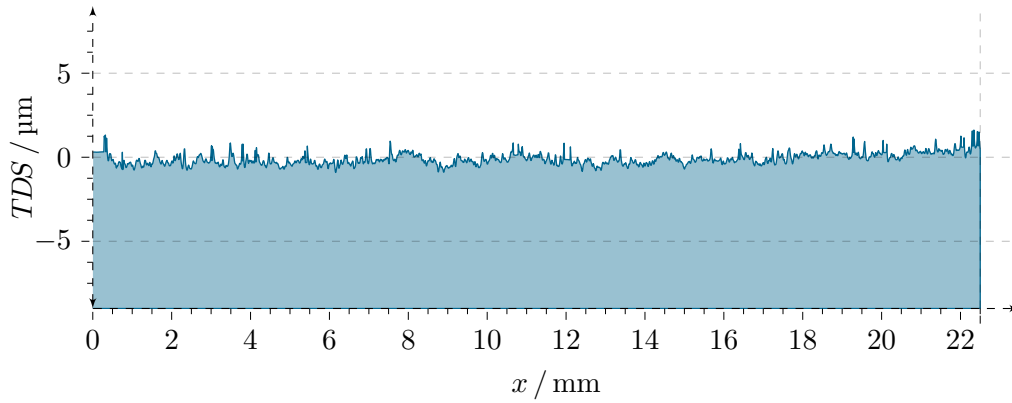


Abbildung 5.10: Profil-Formmessung einer Planfläche beim Vorschleifen mit dem Modell des Kräftegleichgewichts. Die Prozessparameter sind $d_w = 48$ mm, $z_0 = 1,5$ mm und $\dot{V}_w = 650 \text{ mm}^3 \text{ min}^{-1}$. Für die Formabweichungen gilt $PV = 1,369 \text{ µm}$, $RMS_t = 0,351 \text{ µm}$, $RMS_i = 0,300 \text{ µm}$ und $RMS_a = 0,286 \text{ µm}$.

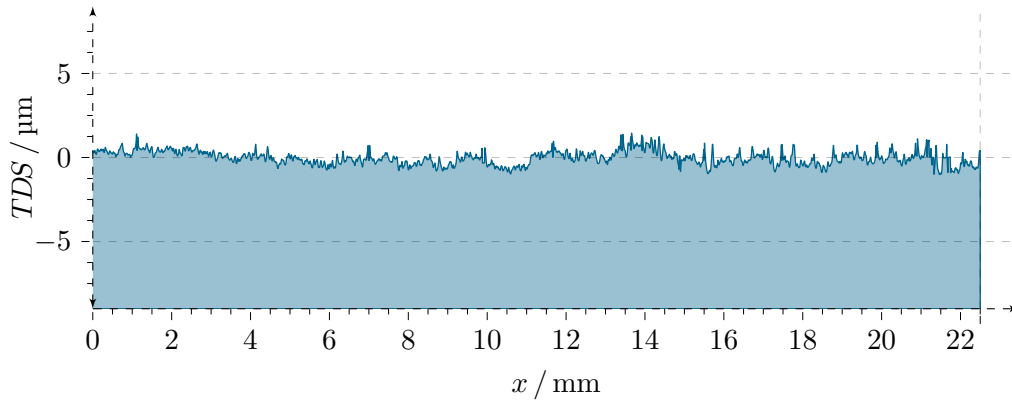


Abbildung 5.11: Profil-Formmessung einer Planfläche beim Vorschleifen mit dem Modell des Kräftegleichgewichts. Die Prozessparameter sind $d_w = 48$ mm, $z_0 = 1$ mm und $\dot{V}_w = 800 \text{ mm}^3 \text{ min}^{-1}$. Für die Formabweichungen gilt $PV = 1,545 \text{ µm}$, $RMS_t = 0,411 \text{ µm}$, $RMS_i = 0,405 \text{ µm}$ und $RMS_a = 0,349 \text{ µm}$.

Der überwiegende Teil der Experimente fand auf den messtechnisch bewerteten Schleifmaschinen und mit den untersuchten Werkzeugen (in einem normalen Produktionszustand) statt. Lediglich für einige ausgewählte Messungen kamen verschlissene Schleifwerkzeuge zum Einsatz, um die Auswirkungen auf den Formfehler zu evaluieren, siehe Abbildung E.18, E.19, E.20 und E.21. Des Weiteren wurde der mittlere und äußere Bereich der Linsen ($x \gtrsim 10$ mm) mit konstantem Zeitspannungsvolumen bearbeitet (siehe Gleichung (4.67)), um die Schleifwerkzeuge optimal auslasten zu können und, zusätzlich zur Formabweichung, auch den Zeitaufwand zu minimieren.

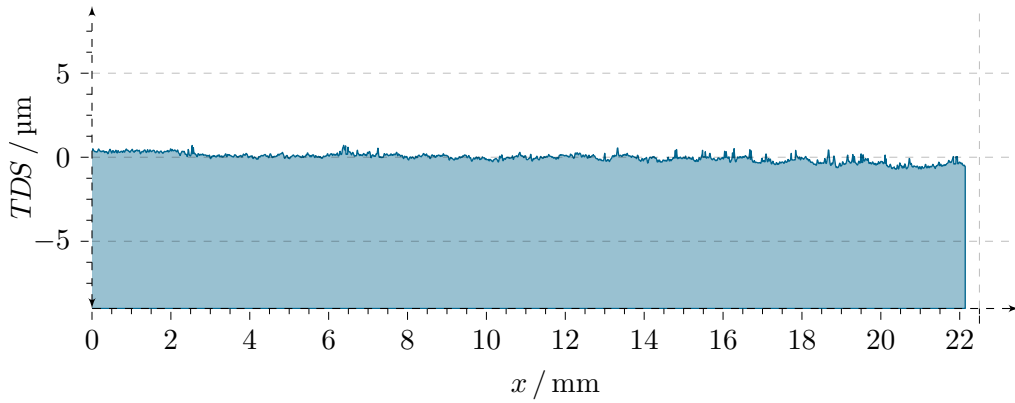


Abbildung 5.12: Profil-Formmessung einer Planfläche beim Feinschleifen mit dem Modell des Kräftegleichgewichts. Die Prozessparameter sind $d_w = 48$ mm, $z_0 = 0,05$ mm und $\dot{V}_w = 35$ mm³ min⁻¹. Für die Formabweichungen gilt $PV = 0,980$ µm, $RMS_t = 0,253$ µm, $RMS_i = 0,151$ µm und $RMS_a = 0,141$ µm.

Wie aus den Grafiken zu entnehmen ist, stellen die Ergebnisse, gegenüber den Messungen ohne Steuerung des Zeitspannungsvolumens, eine bemerkenswerte Verbesserung dar. Selbst im Vergleich zum Modell des konstanten Zeitspannungsvolumens sind die Resultate als eine deutliche Steigerung zu bezeichnen. Nicht nur, dass der mittlere und äußere Linsenbereich frei von signifikanten Schwankungen oder gar Sprüngen ist, sondern auch der zentrale Bereich weist keine abgrenzbare Formabweichung – also insbesondere auch keine Vertiefung – mehr auf. Der gesamte Formfehler besteht im Wesentlichen nur noch aus der vom Schleifwerkzeug hervorgerufenen Rauheit. Diese ist aufgrund der vergleichsweise großen Diamanten ($d_{km} = 88,12$ µm beim D91/C60) beim Vorschleifen verfahrensbedingt nicht zu verhindern.

Aufgrund ihrer feineren Körnung, zeigen die Profil-Formmessungen der Feinschleifdurchgänge eine sichtbar geringere Rauheit. Auch in Bezug auf den erreichten Formfehler sind die Ergebnisse sehr gut. Dies ist primär der theoretischen Vorhersage geschuldet und weniger den verringerten Schleifkräften, denn letztere sind, trotz des viel geringeren Zeitspannungsvolumens, nur unwesentlich kleiner als die der Vorschleifversuche.¹¹

Die bisher dargestellten Planschleifdurchgänge haben den Vorteil, dass die Kontaktbedingungen weitestgehend stabil bleiben und eventuelle Formfehler (in den Schleifergebnissen) nicht von den Effekten wechselnder Belastungen überlagert werden. Da das Modell des Kräftegleichgewichts aber für das Schleifen von Asphären entwickelt wurde, kamen auch verschiedene Linsen dieses Typs zum Einsatz. Die Abbildungen 5.14, 5.15 und 5.16 zeigen Vorschleifdurchgänge mit D91/C60 Werkzeugen auf der gleichen Asphäre ($R = 28$ mm und $\kappa = -1$) wie in Messung 5.8. Die verwendeten Parameter lagen im Bereich von $\dot{V}_w = 450$ – 850 mm³ min⁻¹ und $z_0 = 0,5$ – 2 mm im Linsenzentrum.

¹¹Siehe dazu die Ergebnisse in Abbildung 4.14 und 4.15.

In den Darstellungen 5.17 und 5.18 sind Feinschleifdurchgänge auf der selben Linse unter Verwendung einer D30/C50 Feinschleifscheibe zusammengestellt. Hierbei kam ein Zeitspannungsvolumen von $\dot{V}_w = 35 \text{ mm}^3 \text{ min}^{-1}$ und ein Aufmaß von $z_0 = 0,05 \text{ mm}$ zur Anwendung, was eine häufig benutzte Konfiguration (der Stellgrößen) darstellt.

Im Vergleich zu den Schleifergebnissen der bisherigen Praxis sind die Resultate für asphärische Linsen ebenfalls als sehr gut zu bezeichnen. Die Formabweichung bleibt auf einem sehr niedrigen Niveau und ist gegenüber den Planflächen nur geringfügig schlechter. Ursächlich hierfür kann ein (z. B. durch Abnutzung) ungenügend konditio-

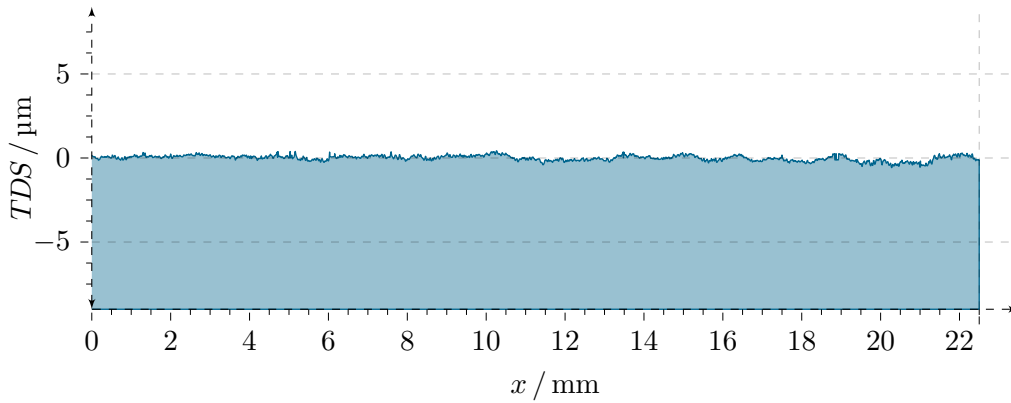


Abbildung 5.13: Profil-Formmessung einer Planfläche beim Feinschleifen mit dem Modell des Kräftegleichgewichts. Die Prozessparameter sind $d_w = 48 \text{ mm}$, $z_0 = 0,05 \text{ mm}$ und $\dot{V}_w = 35 \text{ mm}^3 \text{ min}^{-1}$. Für die Formabweichungen gilt $PV = 0,693 \text{ µm}$, $RMS_t = 0,162 \text{ µm}$, $RMS_i = 0,149 \text{ µm}$ und $RMS_a = 0,142 \text{ µm}$.

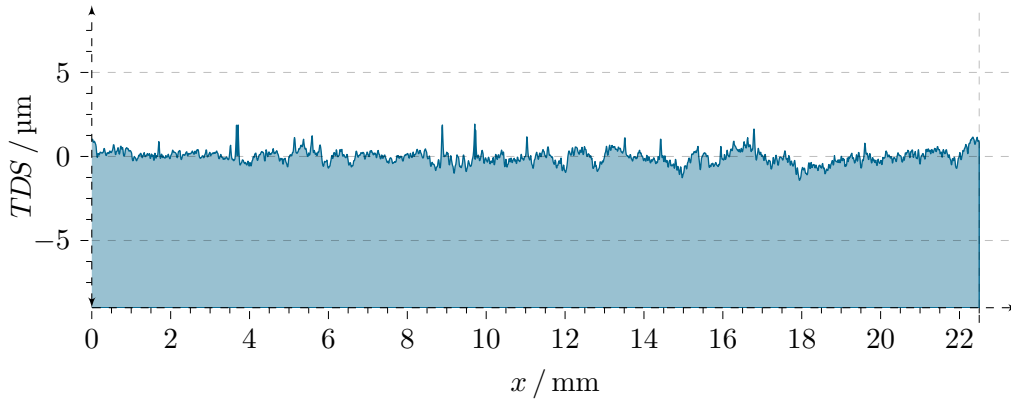


Abbildung 5.14: Profil-Formmessung einer Asphäre beim Vorschleifen mit dem Modell des Kräftegleichgewichts. Die Prozessparameter sind $d_w = 48 \text{ mm}$, $z_0 = 0,5 \text{ mm}$ und $\dot{V}_w = 450 \text{ mm}^3 \text{ min}^{-1}$. Für die Formabweichungen gilt $PV = 1,866 \text{ µm}$, $RMS_t = 0,408 \text{ µm}$, $RMS_i = 0,407 \text{ µm}$ und $RMS_a = 0,379 \text{ µm}$.

niertes Werkzeug oder ein anderer zufälliger Fehler sein. Gegen einen systematischen Fehler spricht die Tatsache, dass die Abweichungen in verschiedenen Ausprägungen an unterschiedlichen Stellen auftreten, obwohl sich die Kontaktbedingungen in ihrem (ortsbezogenen) Verlauf wesentlich gleichen.

Der Einfluss der Werkzeugkonditionierung wird auch in den Abbildungen E.18, E.19, E.20 und E.21 deutlich. Dabei war eine stark abgenutzte Schleifscheibe im Einsatz, so dass die Modellrechnung eine Kornspitzenverteilung verwendet, welche sich erheblich von derjenigen normal konditionierter Werkzeuge unterscheidet (siehe dazu auch Abbildung D.4). In der Folge wird der Zusammenhang zwischen Q_w und \vec{F}_w bzw. Q_w und $\vec{\varepsilon}_e$ nicht korrekt wiedergegeben und es kommt zu stärkeren Fehlern. Darüber hinaus weisen derartige Schleifwerkzeuge eine höhere Instabilität während des Prozesses auf, was auf einen ungenügenden Materialabtransport, durch z. B. zu geringe Spanräume, schließen lässt. Die Formabweichungen von $PV = \pm 2 \mu\text{m}$ begrenzen sich zwar auf einen (für Vorschleifzyklen) mehr als akzeptablen Wert, sind aber im Vergleich zu den Ergebnissen mit vermessenen Werkzeugen signifikant schlechter.

Die Begutachtung der Feinschleifdurchgänge offenbart ebenfalls sehr gute Resultate. Lediglich im zentralen Linsenbereich ist eine leichte Überkorrektur der Vertiefung von rund $0,5 \mu\text{m}$ zu erkennen. Eine solche Abweichung ist zwar völlig unbedeutend, lässt aber auf einen systematischen Fehler schließen. Wahrscheinlich ist – nach Ansicht des Autors – eine geringfügige Differenz der Modellvorhersage zu den wirklichen Verhältnissen.

Insgesamt ist festzuhalten, dass nicht nur die prinzipielle Wirksamkeit des Modells des Kräftegleichgewichts nachgewiesen ist, sondern auch seine Fähigkeit, die Formabweichung des Schleifprozesses so vorherzusagen, dass (bei obigen Messungen) keine wesentliche Verbesserung mehr erreicht werden kann. Als Voraussetzung hierfür zeigt sich die korrekte Erfassung der Modellparameter, insbesondere die Kornspitzenverteilung

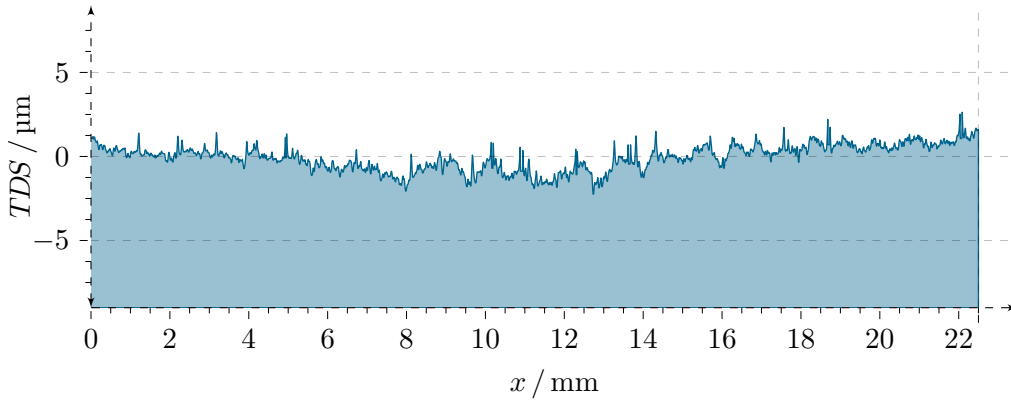


Abbildung 5.15: Profil-Formmessung einer Asphäre beim Vorschleifen mit dem Modell des Kräftegleichgewichts. Die Prozessparameter sind $d_w = 48 \text{ mm}$, $z_0 = 1,5 \text{ mm}$ und $\dot{V}_w = 450 \text{ mm}^3 \text{ min}^{-1}$. Für die Formabweichungen gilt $PV = 2,928 \mu\text{m}$, $RMS_t = 0,776 \mu\text{m}$, $RMS_i = 0,656 \mu\text{m}$ und $RMS_a = 0,416 \mu\text{m}$.

und der Faktor γ aus Gleichung (4.55) bzw. Tabelle 4.4.

Die in der bisherigen Fertigung üblichen Formabweichungen von $PV = 10 - 20 \mu\text{m}$ werden deutlich unterboten, bei gleichzeitiger und vollständiger Korrektur der Vertiefung im Bauteilzentrum. Darüber hinaus ist auch der bisherige, empirische Vorhalt (welcher aufgrund seines Messaufwandes nur teilweise eingesetzt wird) überflüssig, da das Modell des Kräftegleichgewichts diesen schon beinhaltet.

Ein kombinierter Einsatz mit dem Modell des konstanten Zeitspannungsvolumens ermöglicht es, die in Kapitel 5.2 diskutierte, optimale Auslastung der Schleifwerkzeuge

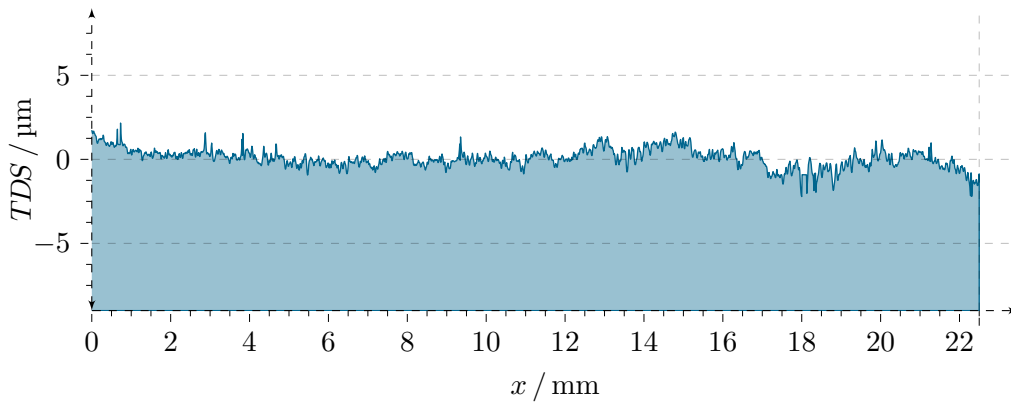


Abbildung 5.16: Profil-Formmessung einer Asphäre beim Vorschleifen mit dem Modell des Kräftegleichgewichts. Die Prozessparameter sind $d_w = 48 \text{ mm}$, $z_0 = 1 \text{ mm}$ und $\dot{V}_w = 800 \text{ mm}^3 \text{ min}^{-1}$. Für die Formabweichungen gilt $PV = 3,088 \mu\text{m}$, $RMS_t = 0,600 \mu\text{m}$, $RMS_i = 0,539 \mu\text{m}$ und $RMS_a = 0,474 \mu\text{m}$.

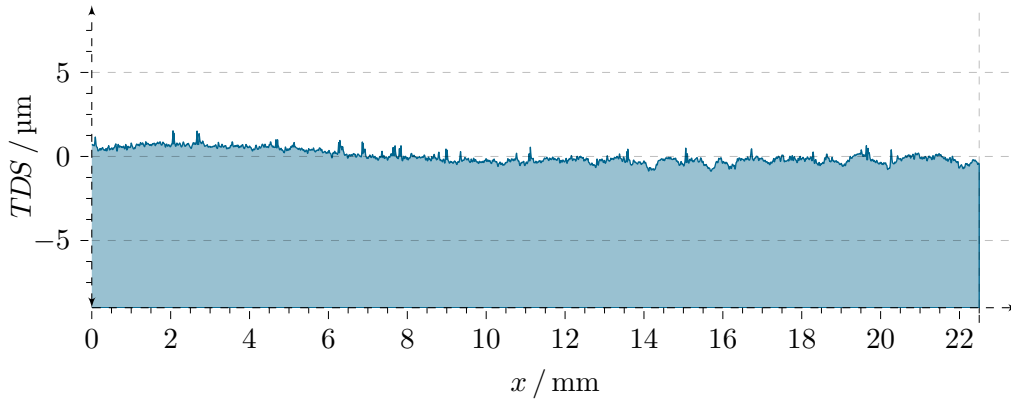


Abbildung 5.17: Profil-Formmessung einer Asphäre beim Feinschleifen mit dem Modell des Kräftegleichgewichts. Die Prozessparameter sind $d_w = 48 \text{ mm}$, $z_0 = 0,05 \text{ mm}$ und $\dot{V}_w = 35 \text{ mm}^3 \text{ min}^{-1}$. Für die Formabweichungen gilt $PV = 1,539 \mu\text{m}$, $RMS_t = 0,407 \mu\text{m}$, $RMS_i = 0,325 \mu\text{m}$ und $RMS_a = 0,191 \mu\text{m}$.

zusätzlich zur Optimierung (globale und lokale Reduktion) des Formfehlers zu nutzen. Damit kann der Gesamtprozess in zweierlei Hinsicht qualitativ und quantitativ verbessert werden.

Die quantitative Steigerung liegt in der Reduktion der Prozesszeiten, sowohl durch die Verkürzung, als auch durch die Einsparung von Schleifzyklen. Letzteres ist realisierbar, da direkt geringere Formabweichungen erreicht werden und somit weniger Korrekturschleife notwendig sind. Wie schon in Kapitel 5.2 diskutiert, lassen sich außerdem die Standzeiten der Werkzeuge erhöhen und so der Gesamtvorgang optimieren.

Die qualitative Verbesserung besteht in einer möglichen Reduktion der Tiefenschädigung durch definierte Kontaktbedingungen. Sofern diese Zusammenhänge bekannt sind, können sichere Vorgaben an Feinschleif- und Polierprozesse erfolgen, so dass die Randzonenschädigung weitestgehend vermeidbar wird, ohne ein übermäßig hohes Aufmaß abtragen zu müssen.¹² Dies bedeutet insbesondere für den Polierprozess eine erhebliche Zeitersparnis.

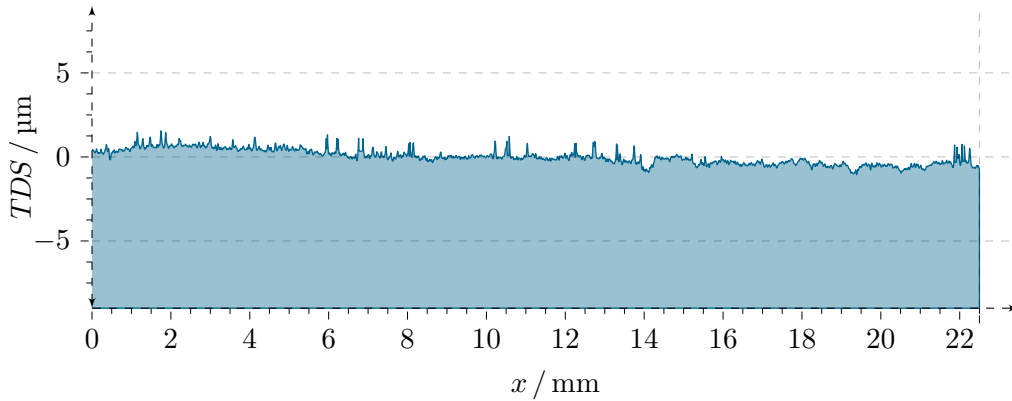


Abbildung 5.18: Profil-Formmessung einer Asphäre beim Feinschleifen mit dem Modell des Kräftegleichgewichts. Die Prozessparameter sind $d_w = 48$ mm, $z_0 = 0,05$ mm und $\dot{V}_w = 35$ mm³ min⁻¹. Für die Formabweichungen gilt $PV = 1,671$ µm, $RMS_t = 0,445$ µm, $RMS_i = 0,288$ µm und $RMS_a = 0,227$ µm.

¹²In der gängigen Praxis wird im Poliervorgang aus Unkenntnis über die genauen Zusammenhänge zur Sicherheit ein relativ hohes Aufmaß abgetragen. Vor allem bei Formfehlern mit Vertiefung im Zentrum ist eine großflächige und sehr zeitaufwändige Bearbeitung des gesamten Werkstücks notwendig.

6 Zusammenfassung

Deutschland nimmt, aufgrund seiner langen Tradition in der Entwicklung optischer Technologien, seither eine weltweite Spitzenposition auf diesem Industriesektor ein. Viele wegweisende Entdeckungen und Systeme der angewandten und technischen Optik stammen aus deutscher Produktion, was primär einer jahrzehntelangen, intensiven Forschung und einer sehr guten Ausbildung der Wissenschaftler und Ingenieure zu verdanken ist. Als Folge der wachsenden Internationalisierung in der jüngeren Vergangenheit ist dieser Zustand allerdings zunehmend gefährdet. Heutzutage ist die Fertigung von einfachen optischen Standardkomponenten in Hochlohnländern wie der BRD nicht mehr ökonomisch durchführbar. Die ansteigende Konkurrenz, insbesondere aus dem asiatischen Wirtschaftsraum, zwingt die hiesige Optikindustrie zu einem Strategiewechsel und zu einer Rückbesinnung auf die Kernkompetenzen der deutschen Wirtschaft – der Schaffung von richtungsweisenden Produkten in sehr hoher Qualität. Ihre Zukunftsfähigkeit hängt maßgeblich und mehr als je zuvor von der Entwicklung innovativer, weltweit führender Spitzenprodukte ab. Die notwendige Voraussetzung dafür sind Investitionen in die Erforschung und Verbesserung der Fertigungsverfahren hinsichtlich ihrer Effizienz, Flexibilität und Ergebnisqualität. In Bezug auf die hochpräzise Herstellung optischer Bauelemente kommt dabei dem Schleifprozess eine zentrale Bedeutung zu.

Um Bearbeitungsprozesse optimieren zu können, ist es notwendig, die Zusammenhänge zwischen den Eingangs- und Ergebnisgrößen in Form von *ganzheitlichen Modellen* zu erfassen und zu untersuchen. Allein auf diesem Weg sind praxisrelevante Vorhersagen über den Prozess möglich, welche eine zielgerichtete und ergebnisorientierte Steuerung desselben gestatten. Hierfür kommen vor allem die fächerübergreifenden Methoden der *Informatik*, unterstützt von verschiedenen *empirischen*, *physikalisch motivierten* oder *heuristischen Ansätzen*, in Frage. Ihr interdisziplinärer Charakter erlaubt sowohl die Verbindung einzelner wissenschaftlicher bzw. ingenieurtechnischer Modelle, als auch die Handhabung (Auswahl und Verarbeitung) der dafür notwendigen Informationen mit dem Ziel einer anwendungsorientierten Steuerungsstrategie.

Das im Rahmen dieser Arbeit eingesetzte CNC-Formschleifen von asphärischen Linsen birgt dabei besondere Herausforderungen. Zum Einen ist sowohl die Größe der Bauteile als auch die individuelle Form ihrer Oberfläche (Funktionsfläche) sehr variabel und zum Zweiten sind die produzierten Stückzahlen (Losgrößen) häufig zu niedrig, um eine Massenfertigung zu etablieren. Diese Kombination erlaubt keine, auf bestimmte Bauteilgeometrien spezialisierten Werkzeuge oder Bearbeitungsverfahren. Gleichzeitig werden jedoch hohe Ansprüche an die Formgenauigkeit bzw. Oberflächengüte der Fertigteile und die Effizienz und Wirtschaftlichkeit der ganzen Prozessstufe gestellt.

Der Grund hierfür liegt in der zentralen Stellung des Schleifvorgangs innerhalb der

Fertigungskette. Er beeinflusst die Profil-Abweichung und Randzonenschädigung der Bauteile maßgeblich und besitzt somit eine beachtliche Bedeutung für den Zeitaufwand der nachfolgenden Prozessstufen. Eine optimierte und umfassende Steuerungsstrategie kann an dieser Stelle eine deutliche Verbesserung der gesamten Herstellung bewirken. Für das zu entwickelnde Modell ergaben sich daher die Kriterien einer *Beschreibung des Gesamtprozesses*, einer *niedrigen Rechenzeit* (der Simulation), einer *großen Flexibilität und Übertragbarkeit* mit geringem experimentellen Aufwand, und einer *Aussagekraft über innere Prozessgrößen*.

Hinsichtlich dieser Merkmale weist der aktuelle Forschungsstand ein Defizit auf. Zwar existieren einige Frameworks, welche den Gesamtprozess konzeptionell beschreiben, jedoch über keine durchgängig analytischen Formulierungen verfügen. Die verschiedenen (empirischen, physikalisch motivierten oder heuristischen) Modelltypen eignen sich ebenfalls nur teilweise für dieses Vorhaben. Eine Abwägung zwischen den unterschiedlichen Konzepten zeigt, dass nur ein *fundamental physikalischer Ansatz* die gestellten Bedingungen (prinzipiell) in geeigneter Art und Weise erfüllt. Die übrigen Ansätze erweisen sich – hinsichtlich der definierten Anforderungen und Zielstellungen – entweder als zu eingeschränkt, zu rechenintensiv, oder nicht bzw. nur mit enorm hohem experimentellen Aufwand übertragbar.

Das in der Folge entwickelte physikalische Modell formuliert zunächst die – für Abtrennprozesse – grundlegende Wechselwirkung zwischen Werkzeug und Werkstück als Differentialgleichung. Diese besteht in einer Bilanzierung des Zeitspannungsvolumens (d. h. der pro Zeiteinheit zerspannten Werkstoffmenge), welches einerseits aus geometrischen Gründen (Vorschubgeschwindigkeiten, Drehzahlen, Zustellungen, usw.) vorgegeben ist, und andererseits vom Werkzeug tatsächlich (d. h. unter den jeweils aktuellen Kontaktbedingungen) aufgebracht werden kann. Es zeigt sich, dass diese unter gewissen Bedingungen gleichgesetzt werden können, wodurch eine sehr allgemeine und mathematisch handhabbare Grundgleichung folgt. Das Modell bezieht sich dabei weder auf spezielle Verfahrensvarianten, noch auf konkrete Abtrennmechanismen und Werkstück- bzw. Werkzeugeigenschaften. Es ist fundamental und umfassend genug, um sowohl auf verschiedene, zusätzliche Wechselwirkungen (z. B. Kräfte, chemische Effekte, usw.) erweitert, als auch auf einzelne Bearbeitungsverfahren angewandt zu werden. Jederzeit ist die Entscheidung darüber möglich, welche Aussagen/Ziele für das Modell zentral sind, und welche Effekte oder Prozessgrößen dafür mit einbezogen werden müssen. Des Weiteren besteht die Möglichkeit, Rand- und Nebenbedingungen festzulegen und eine dahingehend optimierte Vorhersage über den Prozess zu liefern.

Ausschlaggebend ist, dass der hier entwickelte Ansatz einen übergeordneten Zusammenhang darstellt und verschiedene, isolierte und unabhängige Beschreibungen einzelner Vorgänge miteinander in Verbindung bringen kann. Auf diese Weise ist es möglich, die gegenseitige Beeinflussung der Prozessgrößen auf- und untereinander zu studieren und in der Steuerung zu berücksichtigen. Im Laufe der Modellentwicklung können – sofern erforderlich – weitere Wechselwirkungen in Form von Gleichungen hinzugefügt, oder bereits Bestehende modifiziert werden. Durch dieses hohe Maß an Flexibilität

und Erweiterbarkeit ist eine stetige Verbesserung und Vervollständigung des Modells entsprechend der Anforderungen und der aktuellen Forschung erreichbar.

Nach seiner Formulierung wird der grundlegende Ansatz auf zwei verschiedene Zielstellungen spezialisiert. Ein zentraler Gedanke ist dabei die Forderung, dass keinerlei Größen mit einzubeziehen sind, deren Behandlung lediglich von akademischem Interesse ist und die entweder nicht praktisch messbar sind oder keine definierbare Bedeutung für den Prozess haben. Vielmehr steht die zeitliche und qualitative Optimierung der Prozessstufe unter veränderlichen Kontaktgeometrien, Werkstoffen, Bauteilgeometrien, sowie Maschinen und Schleifwerkzeugen im Vordergrund. Das Modell soll die optionalen Rand- und Nebenbedingungen berücksichtigen, die Prozessgrößen in ihrem zeitlichen und örtlichen Verlauf vorhersagen und eine (möglichst analytische) Lösungsstrategie zur Umsetzung eines datenbank-gestützten Steuerungsalgorithmus aufweisen. Des Weiteren müssen sich die freien Modellparameter mit vertretbarem experimentellen Aufwand gewinnen lassen und für einen großen Anwendungsbereich gültig sein.

Die erste Spezialisierung stellt das *Modell des konstanten Zeitspanungsvolumens* dar. Sein Ausgangspunkt besteht in der praktischen Erfahrung, dass das vom Schleifwerkzeug erbrachte Zeitspanungsvolumen Q_w einen direkten Bezug zu der (aus dem Schleifzyklus) resultierenden Profil-Abweichung des Bauteils aufzeigt.

Der Grund hierfür liegt in der Natur des Schleifprozesses selbst: Um Material zerspanen zu können, müssen die Schleifkörner der wirksamen Werkzeugoberfläche in den Werkstoff eingreifen (Schnittbewegung) und diesen abtrennen. Dafür sind entsprechende Schnittkräfte erforderlich, welche sich (da stets mehrere Schleifkörner gleichzeitig im Eingriff sind) zur Zerspankraft \vec{F}_w aufsummieren. Diese resultierende Kraft ist von der Anordnung in der Schleifmaschine (Werkzeug- und Werkstückspindel, Bauteil, usw.) aufzunehmen und bewirkt eine entsprechende Deformation $\vec{\varepsilon}_e$ derselben. Die entstehende Deformationskraft \vec{F}_e ist \vec{F}_w entgegengerichtet und es ergibt sich ein (quasi-statisches) Kräftegleichgewicht. Dieser Vorgang ist als zentrale Wechselwirkung des Schleifprozesses nicht zu verhindern. Mit dem Modell des konstanten Zeitspanungsvolumens wird daher das Ziel verfolgt, das Zeitspanungsvolumen Q_w auf einen konstanten Wert zu stabilisieren, um so \vec{F}_w , \vec{F}_e und die für die Formabweichung verantwortliche Deformation $\vec{\varepsilon}_e$ zu kontrollieren. Weiterhin kann das Schleifwerkzeug auf diesem Weg stets unter optimalen Kontaktbedingungen eingesetzt werden, wodurch sowohl dessen Standzeit, als auch der Zeitaufwand für den Schleifzyklus selbst optimiert wird.

Im Anschluss an die Ausformulierung folgt die experimentelle Umsetzung und Überprüfung dieses Ansatzes mit Hilfe des CNC-Formschleifens. Es zeigt sich, dass der vermutete Zusammenhang im Wesentlichen zutrifft und die Anwendung des Modells die prognostizierte Wirksamkeit/Verbesserung erlaubt. Die Bauteile können auf einem überwiegenden Teil (ihrer Oberfläche) mit konstantem Zeitspanungsvolumen geschliffen werden, wobei die resultierende Formabweichung hinsichtlich ihrer Amplitude und Unregelmäßigkeit signifikant verkleinert ist. Gleichzeitig lassen sich Über- oder Unterbeanspruchungen des Schleifwerkzeugs vermeiden und eine Zeitersparnis von bis zu 50 % erreichen. Auf dieser Grundlage ist eine wesentliche ökonomische Verbesserung des Schleifprozesses möglich.

Als ungenügend erweisen sich jedoch die Resultate im Zentrum der Bauteile. Aufgrund ihrer rotationssymmetrischen Bearbeitung sinkt das Zeitspannungsvolumen aus geometrischen Gründen dort auf Null. Dieses Verhalten ist zwangsläufig und bedingt eine Abnahme der Zerspankraft und damit der Deformation. In der Konsequenz schleift das Werkzeug eine nicht zu vernachlässigende, kegelförmige Vertiefung in den Bereich des Bauteilzentrums, welche als entsprechende Formabweichung sichtbar wird. Das Modell des konstanten Zeitspannungsvolumens beschreibt diesen Effekt nicht, so dass es sich um eine systematische und unvermeidliche Abweichung handelt.

Die Erkenntnisse der ersten Spezialisierung führen zum *Modell des Kräftegleichgewichts*. Da sich die Stabilisierung des Zeitspannungsvolumens auf der einen Seite als sehr vorteilhaft für den Schleifprozess herausstellt, auf der anderen Seite jedoch nicht ausreicht, um die Formabweichung vollständig zu korrigieren, verfolgt dieses Modell eine erweiterte Beschreibung. Die Bilanzierung des geometrisch bedingten und des vom Schleifwerkzeug aufgebrachten Zeitspannungsvolumens \dot{V}_w bzw. Q_w , wird durch einen Zusammenhang zwischen der Schleif- und Deformationskraft ergänzt. Hieraus soll die Verbindung der im Prozess vorgegeben Stellgrößen (Vorschubgeschwindigkeiten, Drehzahlen, usw.) zu den resultierenden Kräften und Deformationen aufgeklärt werden. Mit Hilfe dieser Beziehung ist eine Vorhersage der sich ergebenden Profil-Abweichung möglich, so dass diese von der Prozesssteuerung gezielt vorgehalten werden kann. Damit lässt sich – unter den entsprechenden Voraussetzungen – eine nahezu vollständige Korrektur des Formfehlers erreichen.

Die Bewältigung dieses Vorhabens erfordert die Aufklärung der mikroskopischen Wechselwirkungen beim Schleifen. Hierfür werden zunächst die Kontaktverhältnisse zwischen Werkzeug und Werkstück analytisch erfasst und ein Abtrenn- und Schnittkraftmodell entwickelt. Dieses stützt sich auf die effektive (d. h. mittlere) Geometrie der Schleifkörner und erlaubt die Formulierung der elementaren Abtrennmechanismen und der Schnittkräfte in Abhängigkeit von ihrer Spanungsdicke (Eindringtiefe in den Werkstoff). Letztere Größe stellt dabei eine Verbindung zwischen der abrasiven Wirkung des Schleifwerkzeugs (Zeitspannungsvolumen) und den dafür benötigten Schleifkräften her. Somit wird neben der grundlegenden Wechselwirkung auch das Kräftegleichgewicht und die Deformation in der Maschine beschrieben.

Das Modell des Kräftegleichgewichts wird für verschiedene effektive Korngeometrien untersucht und mit Hilfe von Schleif- und Deformationskraftmessungen abgeglichen. Da die Spezialisierung ebenfalls auf das CNC-Formschleifen erfolgt, wird – im Anschluss an die datenbank-gestützte numerische und technische Umsetzung – ein direkter Vergleich zum Modell des konstanten Zeitspannungsvolumens durchgeführt. Hierbei zeigt sich die Wirksamkeit und Effektivität des erweiterten Ansatzes. Die Schleifergebnisse sind sowohl in Bezug auf die bisherigen Resultate der industriellen Praxis (ohne eine solche gezielte Steuerung), als auch hinsichtlich derjenigen, welche mit dem Modell des konstanten Zeitspannungsvolumens gewonnen wurden, als sehr gut zu bezeichnen. Die Profil-Abweichungen werden derart minimiert, dass in einigen Fällen keine weitere Verbesserung im Rahmen des Schleifprozesses zu erreichen ist. Die angesprochene

Problematik im Bereich der Bauteilzentren wird ebenfalls vollständig gelöst. Durch ein rechnergestütztes Informationssystem und eine praxisorientierte Umsetzung innerhalb der Steuersoftware wird darüber hinaus der industrielle Einsatz – entsprechend der oben definierten Anforderungen für das CNC-Formschleifen – vorbereitet.

Als Bedingung für die erfolgreiche Anwendung des Modells zeigt sich die Vermessung der Schleifwerkzeug-Oberflächencharakteristik und der Steifigkeit der Maschinenanordnung. Des Weiteren ist eine Evaluierung der Modellparameter anhand der eingesetzten Werkstoffe notwendig. Ohne diese Voraussetzungen stellen die Ergebnisse zwar immer noch eine Steigerung gegenüber dem Ist-Stand dar, weisen aber auch deutliches Verbesserungspotential auf.

Die vorliegende Arbeit zeigt, welche Vorteile aus einem interdisziplinären Vorgehen für die Bearbeitung optischer Bauteile erwachsen können. Durch die Abstraktion von den konkreten Verfahrensvarianten, die Verbindung von physikalischen und ingenieurtechnischen Ansätzen in einer gemeinsamen mathematischen Basis, die bewusste Entscheidung über die notwendigen Informationen (Eingangs-, Prozess- und Ergebnisgrößen) und deren Verknüpfung, sowie die datenbank-gestützte numerische und technische Umsetzung, wird eine zielgerichtete und praxisbezogene Steuerungsstrategie unter Einhaltung der vorgegebenen technischen oder ökonomischen Rand- und Nebenbedingungen umgesetzt. Die Ergebnisse des CNC-Formschleifens von asphärischen Linsen konnten in zeitlicher und qualitativer Hinsicht signifikant verbessert werden, wobei die geforderte Flexibilität in Bezug auf die Bauteilformen, Werkstoffe, Werkzeuge, Maschinen und Stellgrößen erreicht wird. Das Modell besitzt einen breiten Anwendungsbereich und kann zu einer Steigerung der Wirtschaftlichkeit in der optischen Bauteilfertigung unter den gestiegenen Anforderungen beitragen.

Anhang

A Zusatz zum Stand der Forschung

A.1 Bilder von asphärischen Funktionsflächen



Abbildung A.1: Verschiedene asphärischer Linsen in unterschiedlichen Größen. Die kleinsten weisen einen Durchmesser von $d_w \approx 10$ mm auf. Im oberen Bild ist außerdem ein Spiegel zu erkennen [asphericon, 2013].

A.2 Struktur und wichtige Spezialfälle der Zernike–Polynome

Die allgemeine Struktur der Zernike–Polynome $Z_n^{\pm m}(r, \varphi) = R_n^m(r) \cdot G^m(\varphi)$ ist nach Born und Wolf [1999]:

$$\begin{aligned} Z_n^m(r, \varphi) &= R_n^m(r) \cdot \cos[m\varphi] \\ Z_n^{-m}(r, \varphi) &= R_n^m(r) \cdot \sin[m\varphi], \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

mit den Bedingungen $0 \leq m \leq n$, $0 \leq r \leq 1$ und $0 \leq \varphi < 2\pi$, sowie dem Radialpolynom

$$R_n^m(r) = \begin{cases} \sum_{i=0}^{\frac{1}{2}(n-m)} \frac{(-1)^i (n-i)!}{i! (\frac{1}{2}(n+m)-i)! (\frac{1}{2}(n-m)-i)!} \cdot r^{n-2i} & n-m \text{ gerade} \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases} \quad (\text{A.2})$$

Weiterhin gelten die Beziehungen

$$\begin{aligned} Z_n^m(r, \varphi) &= Z_n^m(r, \varphi + 2\pi/m) \\ R_n^n(r) &= r^n. \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

Die in der Fehlerauswertung wichtigen Spezialfälle sind

$$Z_1^1(r, \varphi) = r \cdot \cos[\varphi] \quad (\text{A.4a})$$

$$Z_1^{-1}(r, \varphi) = r \cdot \sin[\varphi] \quad (\text{A.4b})$$

$$Z_2^0(r) = 2r^2 - 1 \quad (\text{A.4c})$$

$$Z_4^0(r) = 6r^4 - 6r^2 + 1 \quad (\text{A.4d})$$

$$Z_6^0(r) = 20r^6 - 30r^4 + 12r^2 - 1 \quad (\text{A.4e})$$

$$Z_8^0(r) = 70r^8 - 140r^6 + 90r^4 - 20r^2 + 1 \quad (\text{A.4f})$$

$$Z_{10}^0(r) = 252r^{10} - 630r^8 + 560r^6 - 210r^4 + 30r^2 - 1. \quad (\text{A.4g})$$

A.3 Einteilung und Eigenschaften der Fertigungsverfahren

Fertigungsverfahren nach DIN 8580							
Eigenschaften		1 Urformen	2 Umformen	3 Trennen	4 Fügen	5 Beschichten	6 Ändern von Stoffeigenschaften
	Definition	Fertigen eines festen Körpers aus formlosem Stoff	Plastisches Ändern der Form eines festen Körpers	Formändern eines festen Körpers durch örtliches Aufheben des Zusammenhaltes	Zusammenbringen von Werkstücken, auch mit formlosem Stoff	Aufbringen einer fest haftenden Schicht aus formlosem Stoff	Ändern der Eigenschaften des Werkstoffes, durch Diffusion, chem. Reaktion, Gitterversetzungen
	Zusammenhalt des Werkstoffs	Schaffen	Beibehalten	Vermindern, Aufheben	Vermehren	Vermehren	Beibehalten, Vermindern, Vermehren

Abbildung A.2: Darstellung der Fertigungsverfahren nach DIN 8580 mit den zugehörigen Ordnungsnummern (ON) und Verahreigenschaften. Alle Schleifverfahren haben die ON 3.

A.4 Bilder von Schleifkörnern und Werkzeugoberflächen

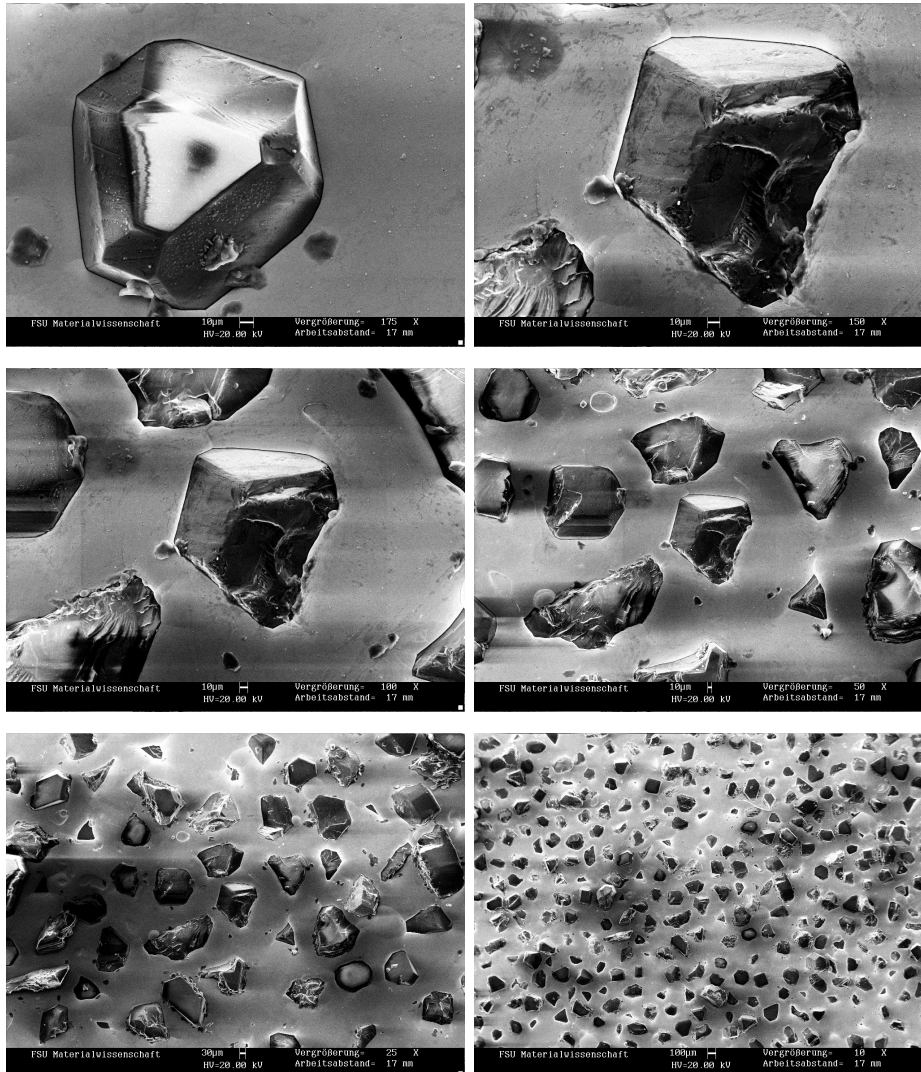


Abbildung A.3: Elektronenmikroskopische Aufnahmen von Schleifkörnern (Diamanten) in unterschiedlicher Vergrößerung (10–175 \times). Der weiße Strich beträgt 10 μm (obere vier Bilder), 30 μm (links unten) und 100 μm (rechts unten). Die Korndurchmesser betragen $d_K \approx 200 \mu\text{m}$. Gut zu erkennen ist die stochastische Natur der Schneidengeometrien und -ausrichtungen [König, 2014].

A.5 Daten der Kornwerkstoffe

Bezeichnung		
FEPA	Mesh / in ⁻¹	Korngröße d_K / μm
D213	70/80	196
D151	100/120	138
D91	170/200	83
D46	325/400	42
D30	400/500	31

Tabelle A.1: FEPA-Bezeichnung, Sieb-Maschenanzahl (nach der Norm ASTM-E 11–70) und mittlere Korngröße d_K für ausgewählte Körnungen [Flores, 2006].

Bezeichnung	Bindungskonzentration		
	Kt cm ⁻³	g mm ⁻³	Vol.-%
C125	5,5	1,09	31,25
C100	4,4	0,87	25,00
C75	3,3	0,65	18,75
C50	2,2	0,44	12,50
C25	1,1	0,22	6,25

Tabelle A.2: Bindungskonzentration und deren Bezeichnung für ausgewählte Körnungen [Flores, 2006].

Kornwerkstoff	r / g mm ⁻³	HK	T_{max} / °C	λ / W m ⁻¹ K ⁻¹
Diamant	1,09	9000	900	600–2000
Bornitrid	0,87	4500	1200	200–700
Siliziumkarbid	0,65	2400	1400	90–125
Korund	0,44	1800	2000	25–35

Tabelle A.3: Dichte r , Knoop-Härte HK , Hitzebeständigkeit T_{max} und Wärmeleitfähigkeit λ für ausgewählte Kornwerkstoffe [Flores, 2006].

A.6 Bilder von geschliffenen Oberflächen

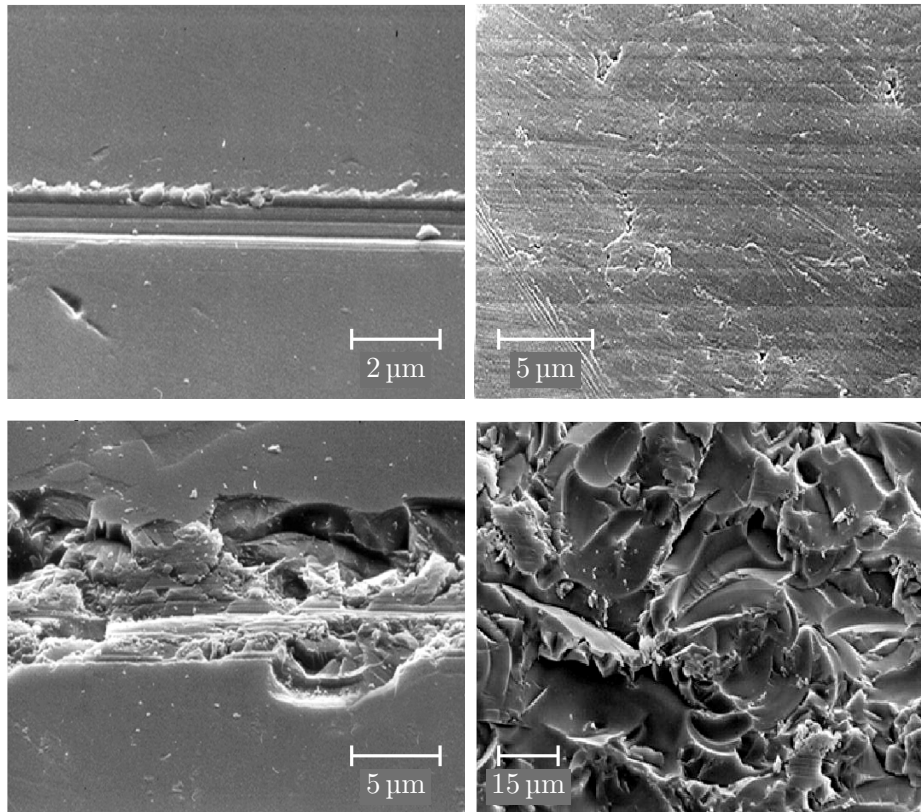


Abbildung A.4: Mikroskopische Aufnahmen von geschliffenen Oberflächen. Zu sehen sind die Ergebnisse von Einkornversuchen (links) und üblichen Schleifdurchgängen (rechts). Auf der oberen Seite fand der duktile und auf der Unteren der spröde Abtrennmodus statt. Die Unterschiede in der Oberflächenschädigung und im effektiven Wirkungsquerschnitt der Schleifkörner sind deutlich zu erkennen [Dambon, 2010].

A.7 Bilder von Tiefenrissen

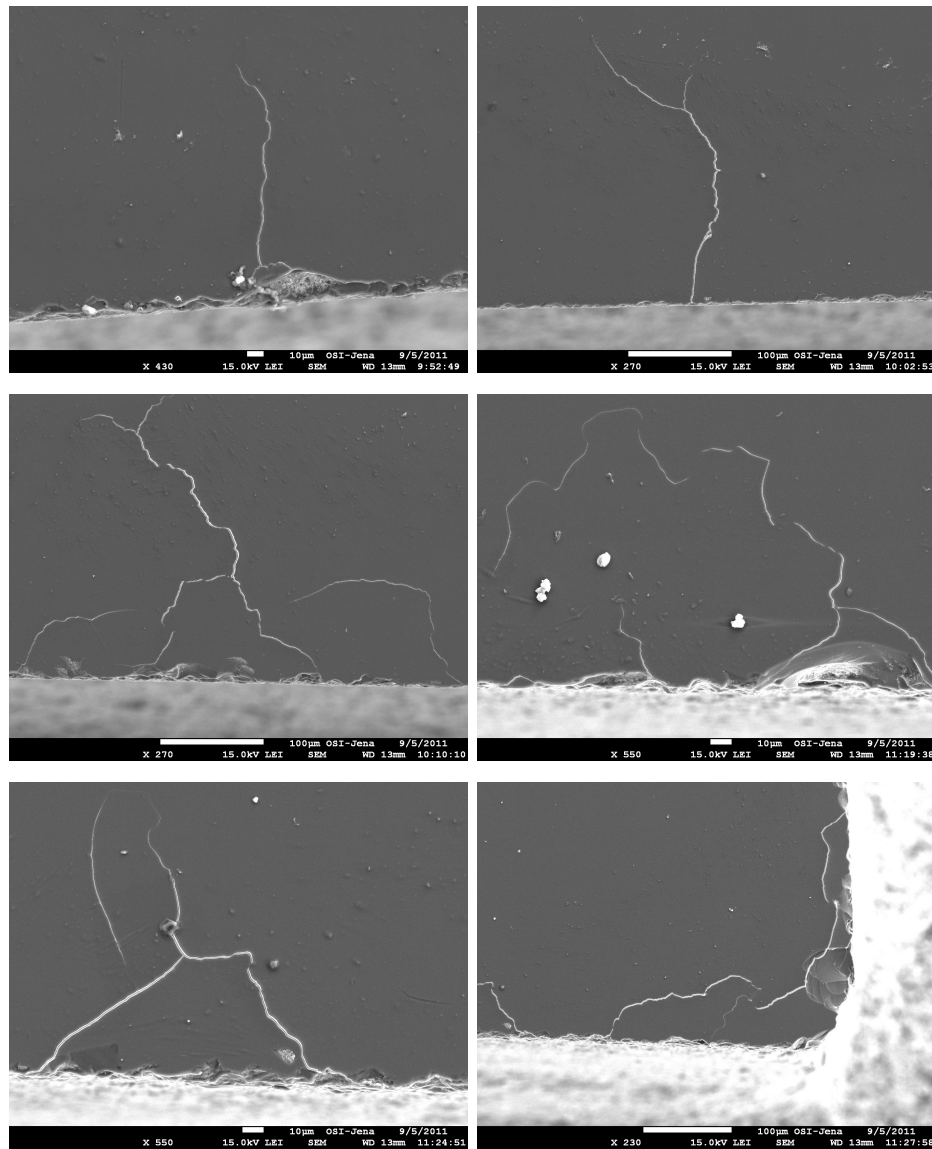


Abbildung A.5: Elektronenmikroskopische Aufnahmen von Tiefenrissen. Zu sehen sind seitlich anpolierte Planfläche aus N-BK7, welche mit einem D91/C60 Werkzeug vorgeschliffen wurden. Der Rand der bearbeiteten Oberflächen ist unten, der kurze weiße Strich entspricht 10 μm , der Lange 100 μm . Die schwächeren Konturen sind Risse, welche nicht vollständig an der Oberfläche liegen [Kokot, 2011, Sohr und Döhler, 2012].

B Zusatz zum Ausgangspunkt und der Zielstellung

B.1 Daten der Schleifmaschinen



Abbildung B.1: Asphärensleifmaschine ASM 100 CNC des Herstellers OptoTech GmbH [OptoTech, 2013]. Gut zu erkennen ist der CNC-Rechner und eine aufgedornte Linse mit Schleifwerkzeug im Arbeitsbereich. Die Maschinenhöhe beträgt rund 2,2m bei einem Gewicht von ca. 2400 kg. Eine Detailansicht des Arbeitsbereichs wird in Abbildung B.2 gegeben.

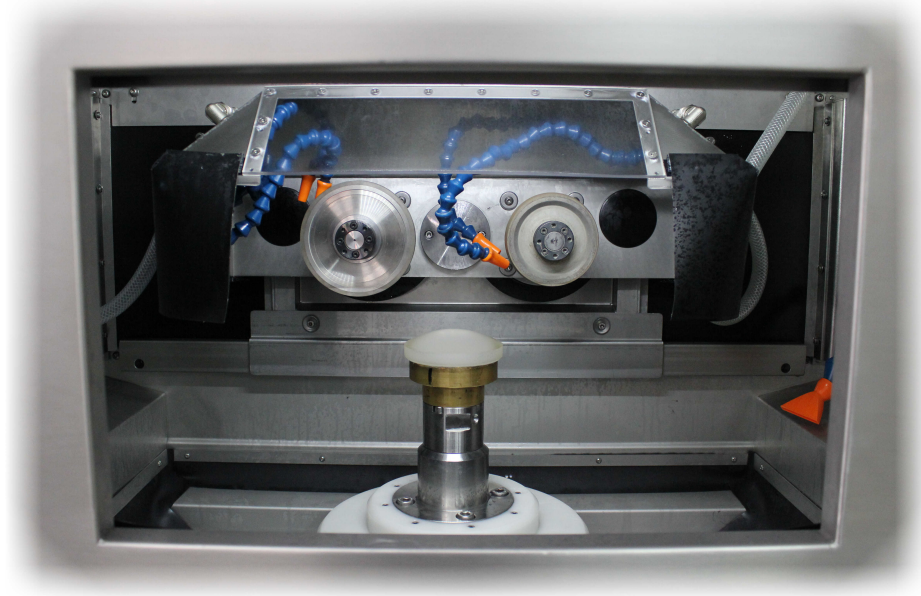


Abbildung B.2: Detailansicht des Arbeitsbereichs der ASM 100 CNC aus Abbildung B.1 [OptoTech, 2013]. Zu sehen sind die zwei Werkzeugspindeln mit montierten Schleifscheiben und die Werkstückspindel (silber) mit Dorn (bronze) und Linse. Die blauen Schläuche dienen der Wasserförderung.

Kenngröße		Min	Max	Einheit
Verfahrweg	x -Achse	0	360	mm
	y, z -Achse	0	100	mm
	c -Achse	0	360	°
Vorschub	x, y, z -Achse	0	5000	mm min ⁻¹
Drehzahl	S1,S3-Spindel	0	20 000	min ⁻¹
	S2-Spindel	0	550	min ⁻¹
Leistung	S1,S3-Spindel	0	5	kW
Werkstück	Durchmesser	10	300	mm
	Radius konkav	10	∞	mm
	Radius konvex	45	∞	mm
Elektronik	Steuerung	Sinumerik	840 D	
	SPS	Simatic	S7-300	
	Antriebe	Simodrive	611 D/U	

Tabelle B.1: Wichtige technische Kenngrößen der ASM 100 CNC [OptoTech, 2008, OptoTech, 2013].

B.2 Daten des Profilometers

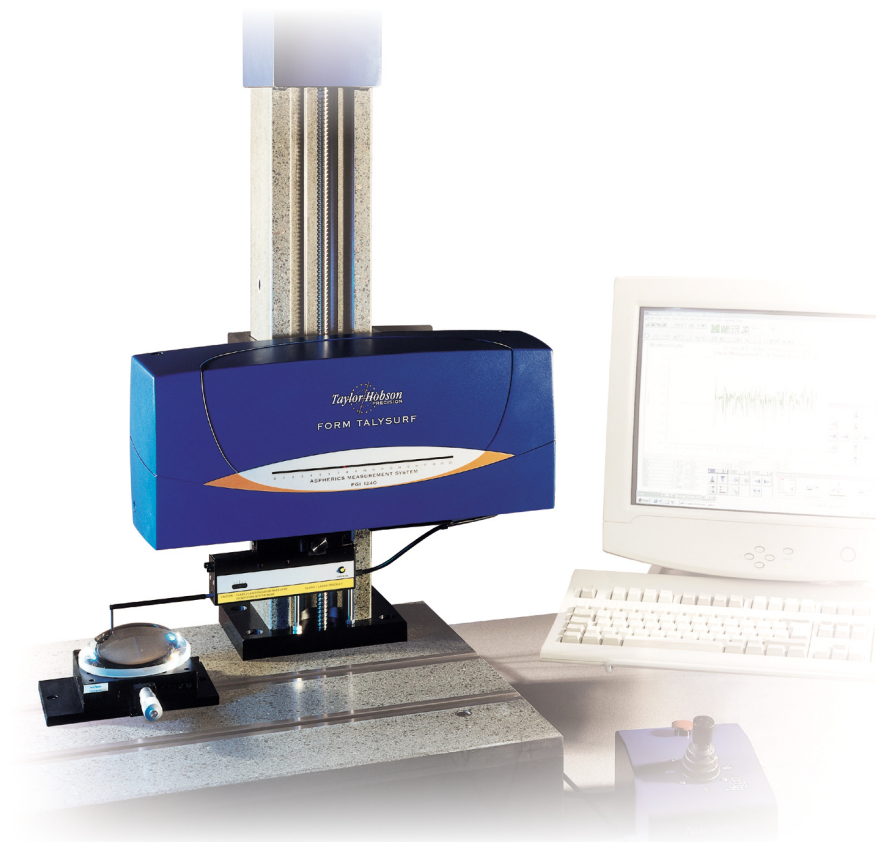


Abbildung B.3: Profilometer Form Talysurf PGI 1240 der Firma Talyor Hobson Ltd [AMETEK, 2013]. Dargestellt ist die Messanordnung aus Tisch, Talysurf (blau) mit Laser (gelb) und Taster, einer Linse und dem Rechner zur Auswertung.

Kenngröße		Min	Max	Einheit
Messbereich	x -Achse	0,1	120	mm
	z -Achse	10,0	25	mm
Messgeschwindigkeit		0,5	1	mm s ⁻¹
Auflösung	x -Achse	0,25	1	μm
	z -Achse	0,8	12,8	nm
Messabweichung TDS	kurzer Taster	$\approx \pm 50$		μm
	langer Taster	$\approx \pm 150$		μm

Tabelle B.2: Wichtige technische Kenngrößen des (zum Form Talysurf PGI 1240 weitestgehend äquivalenten) Form Talysurf II 120mm PGI [Talyor Hobson, 2013].

B.3 Daten des Kraftsensors

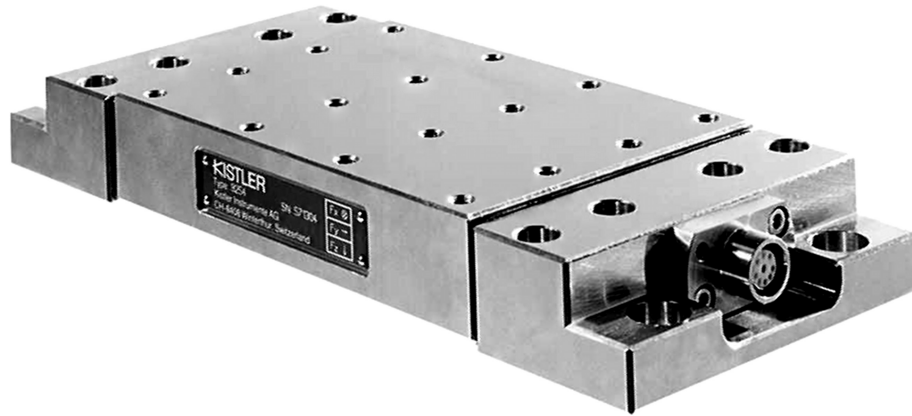


Abbildung B.4: Kraftsensor CompacDyn 9254 der Firma Kistler Instrumente AG. Die Messplatte ist der große, mit einer elastischen Fuge (schwarz) abgetrennte Block in der Mitte. Am rechten Rand befindet sich der Anschluss für das Kabel zum Ladungsverstärker [Kistler, 1997].

Kenngröße		Min	Max	Einheit
Messbereich	x, y -Achse	-0,5	0,5	kN
	z -Achse	-1,0	1,0	kN
Steifigkeit	x, z -Achse	1,0		$\text{kN } \mu\text{m}^{-1}$
	y -Achse	2,0		$\text{kN } \mu\text{m}^{-1}$
Ansprechschwelle			0,01	N
Empfindlichkeit	x, z -Achse		-8,1	pC N^{-1}
	y -Achse		-4,3	pC N^{-1}
Linearität	Messbereich		$\pm 0,5$	%
Hysteresis	Messbereich		0,5	%

Tabelle B.3: Wichtige technische Kenngrößen des CompacDyn 9254 [Kistler, 1997].

B.4 Darstellung der Kraftmessungen

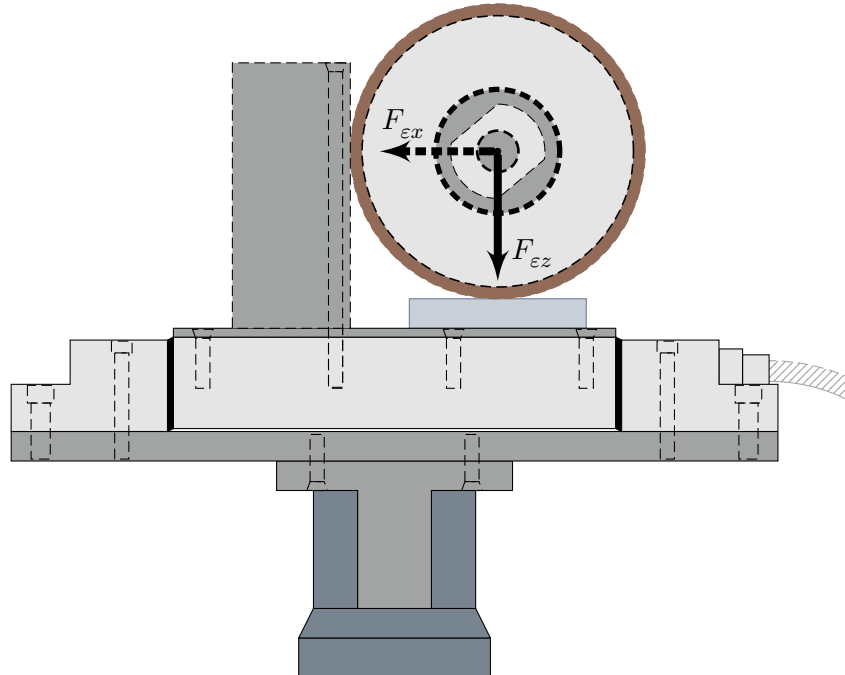


Abbildung B.5: Schematische Darstellung der Deformationskraft-Messung. Der Kraftsensor (grau) ist auf einem speziell angefertigten Dorn befestigt und in die Werkstückspindel eingebracht. Auf ihm befindet sich der verschraubte Block (dunkelgrau), der zur Übertragung der Kraft $F_{\epsilon x}$ auf den Sensor dient. Des Weiteren ist eine Glasplatte (blau) aus N-BK7 aufgeklebt, um die Nachgiebigkeit des Glases näherungsweise zu berücksichtigen. Das Schleifwerkzeug wird stückweise über den CNC-Rechner per Hand zugestellt. Die Messungen in x - und z -Richtung erfolgen getrennt.

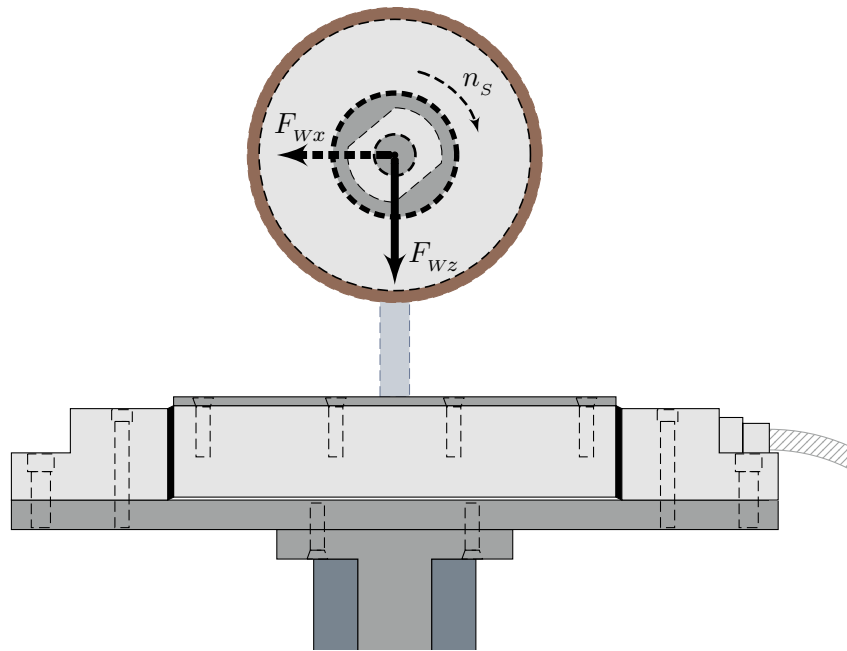


Abbildung B.6: Schematische Darstellung der Schleifkraft-Messung. Der Aufbau der Messanordnung ist analog der statischen Kraftmessung, siehe Abbildung B.5. Ein auf dem Sensoroberfläche arretiertes Glasplättchen wird in senkrechter Richtung zerspannt und überträgt die Schleifkraft direkt auf den Kraftsensor. Durch die symmetrische Anordnung (Werkzeugachse direkt über der Mitte des Werkstücks), können die Kraftkomponenten F_{Wx} und F_{Wz} simultan vermessen und voneinander getrennt werden.

B.5 Daten des Oberflächenmessgeräts



Abbildung B.7: Oberflächenmessgerät OMG 3 der GFE – Gesellschaft für Fertigungstechnik und Entwicklung Schmalkalden e. V., bestehend aus Auflichtmikroskop und Steuerungselektronik. Die Bedienung erfolgt über einen Rechner [GFE, 2010b].

Kenngröße		Wert	Einheit
Messbereich	x, y -Achse	100	mm
	z -Achse	50	mm
Messabweichung	Vergrößerung 10×	± 2	μm
Positionierungsunsicherheit	x, y -Achse	5	μm
	z -Achse	1	μm
Messgeschwindigkeit	$\Delta z = 500 \mu\text{m}$	25	$\mu\text{m s}^{-1}$
Bildgröße	Vergrößerung 5×	$1,60 \times 2,20$	mm^2
	Vergrößerung 10×	$0,80 \times 1,10$	mm^2
	Vergrößerung 20×	$0,40 \times 0,55$	mm^2

Tabelle B.4: Wichtige technische Kenngrößen des OMG 3 [GFE, 2010a].

B.6 Daten der Glaswerkstoffe

Kenngrößen	Glaswerkstoff			Einheit
	F2	N-BK7	N-LAK10	
n_e	1,62	1,52	1,72	—
$n_{F'} - n_{C'}$	17,28	8,11	14,36	10^{-3}
ν_e	36,11	63,96	50,39	—
τ_e (25 mm)	99,8	99,4	99,6	%
ρ	3,60	2,51	3,69	g cm^{-3}
HK	420	610	780	HK 0.1/20
E	57	82	116	kN mm^{-2}
ν	0,22	0,21	0,29	—
$\alpha_{-30/+70\text{ °C}}$	8,2	7,1	5,7	10^{-6} K^{-1}

Tabelle B.5: Brechzahl n_e , Brechzahldifferenz $n_{F'} - n_{C'}$, Abbe-Zahl ν_e , Reintransmissionsgrad τ_e , Dichte ρ , Knoop-Härte HK , Poissonzahl ν und Wärmeausdehnungskoeffizient $\alpha_{-30/+70\text{ °C}}$ der drei Glaswerkstoffe F2, N-BK7 und N-LAK10 [SCHOTT, 2013]. Man beachte insbesondere die großen Unterschiede in der Härte und dem Elastizitätsmodul.

C Zusatz zum Modell des konstanten Zeitspannungsvolumens

C.1 Darstellungen des CNC-Formschleifens

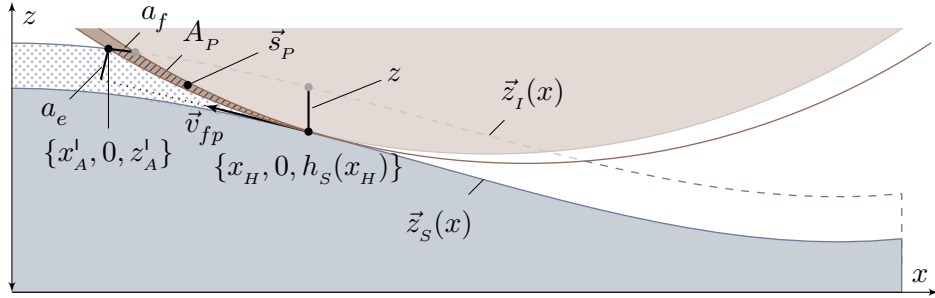


Abbildung C.1: Analoge Darstellung zur Abbildung 4.2 mit anderen Parametern. In Folge der konvexen Krümmung der Soll-Form $\vec{z}_S(x)$ am Aufsetzpunkt $\{x_H, 0, h_S(x_H)\}$ ist der Arbeitseingriff a_e deutlich kleiner als das Aufmaß z .

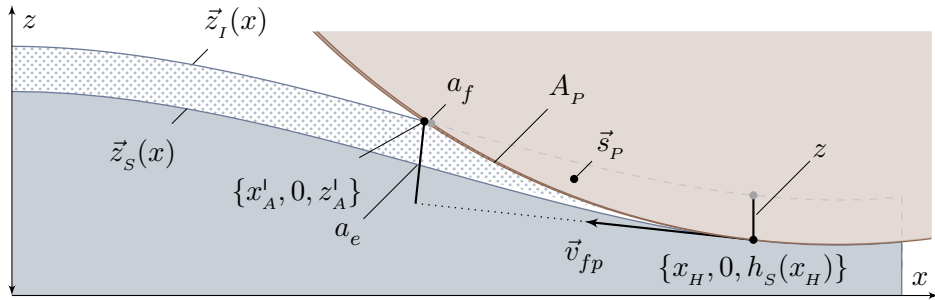


Abbildung C.2: Analoge Darstellung zur Abbildung 4.2 mit anderen Parametern. In Folge der konkaven Krümmung der Soll-Form $\vec{z}_S(x)$ am Aufsetzpunkt $\{x_H, 0, h_S(x_H)\}$ ist der Arbeitseingriff a_e deutlich größer als das Aufmaß z .

D Zusatz zum Modell des Kräftegleichgewichts

D.1 Lösung und Darstellung der Zerspanfläche

Für die Randkurven von A_H folgt:

$$y'(x) = \left(\frac{1}{4} \left(d_s^2 - 4(h_I(x_A^I) - z_s)^2 - 4x_s^2 \right) + x \left(-\frac{2\Delta z(h_I(x_A^I) - z_s)}{\Delta x} \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{2\Delta z^2 x_A^I}{\Delta x^2} + 2x_s \right) + \frac{2\Delta z x_A^I (h_I(x_A^I) - z_s)}{\Delta x} \right. \\ \left. - \frac{\Delta z^2 x_A^I}{\Delta x^2} + x^2 \left(-\frac{\Delta z^2}{\Delta x^2} - 1 \right) \right)^{1/2} \quad (D.1a)$$

$$y''(x) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{(\Delta x^2 + \Delta z^2 + x_s^2 + 2\Delta x x_s)^2} \left(\Delta x \left(\Delta z^2 (2d_s^2 x_s - 4x_s^3) \right. \right. \right. \\ \left. \left. - 2\Delta z^4 x_s \right) + \Delta z^4 (d_s^2 - 3x_s^2) + (2\Delta x^2 \Delta z + 2\Delta z^3 + 4\Delta x \Delta z x_s \right. \\ \left. + 4\Delta z x_s x) \left(-(\Delta x + x_s)^2 \left((\Delta x^2 + \Delta z^2 + 2x_s^2 + 2\Delta x x_s - 2x_s x) \right)^2 \right. \right. \\ \left. \left. - d_s^2 (\Delta x^2 + \Delta z^2 + x_s^2 + 2\Delta x x_s) \right) \right) + \Delta x^2 \left(\Delta z^2 (d_s^2 + 2x_s^2) - \Delta z^4 \right. \\ \left. + 4x_s^4 \right) + \Delta z^2 (d_s^2 x_s^2 - 4x_s^4) + \Delta x^6 - \Delta z^6 + \Delta x^3 (12x_s^3 + 4\Delta z^2 x_s) \\ \left. + \Delta x^4 (\Delta z^2 + 13x_s^2) + x^2 (-4\Delta x^4 - 4\Delta z^4 + \Delta x (-8x_s^3 - 16\Delta z^2 x_s) \right. \\ \left. + \Delta x^2 (-8\Delta z^2 - 20x_s^2) - 12\Delta z^2 x_s^2 - 16\Delta x^3 x_s) + x (\Delta x^2 (20x_s^3 \right. \\ \left. + 8\Delta z^2 x_s) + 12\Delta z^2 x_s^3 + 16\Delta x^3 x_s^2 + \Delta x (8x_s^4 + 16\Delta z^2 x_s^2) \right. \\ \left. + 4\Delta x^4 x_s + 4\Delta z^4 x_s) + 6\Delta x^5 x_s \right) \right)^{1/2} \quad (D.1b)$$

$$y'''(x) = 0. \quad (D.1c)$$

Die Eckpunkte der Zerspanfläche ergeben sich in der (x, y) -Ebene zu:

$$x_A^I = x_S - \frac{1}{2} \sqrt{d_S^2 - 4(h_I(x_A^I) - z_S)^2} \quad (\text{D.1d})$$

$$x_A^{II} = - \frac{1}{2(\Delta x^2 + \Delta z^2)(\Delta z^2 + x_S^2)} \cdot \left(\Delta x^2(\Delta x + x_S)^2 \left(d_S^2(\Delta x^2 + \Delta z^2)(\Delta z^2 + x_S^2) - \left(\Delta z^3 + 2\Delta x x_S(h_I(x_A^I) - z_S) + \Delta z(\Delta x^2 + 2x_S(x_S - x_A^I)) \right)^2 \right) \right)^{1/2} \quad (\text{D.1e})$$

$$+ 2x_S^2(\Delta x^3 + \Delta x \Delta z(z_S - h_I(x_A^I)) + \Delta z^2 x_A^I) \\ + \Delta x x_S(\Delta x^3 + \Delta x \Delta z(\Delta z - 2h_I(x_A^I) + 2z_S) + 2\Delta z^2 x_A^I) \\ + \Delta z(\Delta x^2 + \Delta z^2)(\Delta x(\Delta z - 2h_I(x_A^I) + 2z_S) + 2\Delta z x_A^I) + 2\Delta x^2 x_S^3 \\ x_A^{III} = \frac{1}{2\Delta x^3 + 2\Delta x \Delta z^2} \left(\Delta z \sqrt{\Delta x^2(\Delta x^2 + \Delta z^2)(d_S^2 - \Delta x^2 - \Delta z^2)} \right. \\ \left. + \Delta x^4 + \Delta x^2 \Delta z^2 + 2\Delta x^3 x_S + 2\Delta x \Delta z^2 x_S \right) \quad (\text{D.1f})$$

$$\begin{aligned}
y_A^{\parallel} = & \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta x^5}{\Delta x (\Delta x^2 + \Delta z^2) (\Delta z^2 + x_S^2)^2} \left(\Delta z^2 \left(-d_S^2 - 4h_I(x_A^{\parallel})^2 + 8h_I(x_A^{\parallel})z_S \right. \right. \right. \\
& - 8x_A^{\parallel}x_S + 3x_S^2 - 4z_S^2 \Big) - d_S^2x_S^2 + \Delta z^4 + 4h_I(x_A^{\parallel})^2x_S^2 + \Delta z \left(20h_I(x_A^{\parallel})x_S^2 \right. \\
& - 20x_S^2z_S \Big) - 8h_I(x_A^{\parallel})x_S^2z_S + \Delta z^3(4h_I(x_A^{\parallel}) - 4z_S) - 4x_S^4 + 4x_S^2z_S^2 \Big) + \Delta x^4 \\
& \cdot \left(\Delta z^2 \left(-2d_S^2x_S - 8h_I(x_A^{\parallel})^2x_S + 16h_I(x_A^{\parallel})x_Sz_S - 20x_A^{\parallel}x_S^2 + 12x_S^3 \right. \right. \\
& - 8x_Sz_S^2 \Big) - 2d_S^2x_S^3 + 8h_I(x_A^{\parallel})^2x_S^3 + \Delta z \left(-8h_I(x_A^{\parallel})x_A^{\parallel}x_S^2 + 20h_I(x_A^{\parallel})x_S^3 \right. \\
& + 8x_A^{\parallel}x_S^2z_S - 20x_S^3z_S \Big) + \Delta z^3(8h_I(x_A^{\parallel})x_A^{\parallel} + 4h_I(x_A^{\parallel})x_S - 8x_A^{\parallel}z_S - 4x_Sz_S) \\
& - 16h_I(x_A^{\parallel})x_S^3z_S + \Delta z^4(4x_S - 4x_A^{\parallel}) + 8x_S^3z_S^2 \Big) + \Delta x^2 \left(\Delta z^4 \left(-2d_S^2x_S \right. \right. \\
& - 8x_A^{\parallel}x_S - 4x_A^{\parallel}x_S^2 + 8x_S^3 \Big) + \Delta z^2 \left(-2d_S^2x_S^3 + 8x_A^{\parallel}x_S^3 - 16x_A^{\parallel}x_S^4 + 8x_S^5 \right) \\
& + \Delta z^3 \left(24h_I(x_A^{\parallel})x_A^{\parallel}x_S^2 - 12h_I(x_A^{\parallel})x_S^3 - 24x_A^{\parallel}x_S^2z_S + 12x_S^3z_S \right) \\
& + \Delta z^5(8h_I(x_A^{\parallel})x_A^{\parallel} - 4h_I(x_A^{\parallel})x_S - 8x_A^{\parallel}z_S + 4x_Sz_S) + \Delta z^6(4x_S - 4x_A^{\parallel}) \Big) \\
& + \left(\Delta z^4 + \Delta x \left(\Delta z(4x_Sz_S - 4h_I(x_A^{\parallel})x_S) + \Delta z^2(4x_A^{\parallel} - 2x_S) \right) \right. \\
& + \Delta x^2 \left(2\Delta z^2 + \Delta z(4z_S - 4h_I(x_A^{\parallel})) + 4x_S^2 \right) + 4\Delta z^2x_A^{\parallel}x_S + 2\Delta x^3x_S \Big) \\
& \cdot \left(\Delta x^2(\Delta x + x_S)^2 \left(d_S^2 \left(\Delta x^2 + \Delta z^2 \right) \left(\Delta z^2 + x_S^2 \right) - \left(\Delta z \left(\Delta x^2 + \Delta z^2 \right) \right. \right. \right. \\
& + 2\Delta xh_I(x_A^{\parallel})x_S - 2x_S(\Delta z x_A^{\parallel} + \Delta x z_S) + 2\Delta z x_S^2 \Big)^2 \Big) \Big)^{1/2} + \Delta x \left(\Delta z^6 \right. \\
& \cdot \left(d_S^2 - 4x_A^{\parallel} + 4x_A^{\parallel}x_S - 3x_S^2 \right) + \Delta z^4 \left(d_S^2x_S^2 - 12x_A^{\parallel}x_S^2 + 12x_A^{\parallel}x_S^3 - 4x_S^4 \right) \\
& - \Delta z^8 \Big) + \Delta x^3 \left(-\Delta z^6 + \Delta z^4 \left(-4h_I(x_A^{\parallel})^2 + 8h_I(x_A^{\parallel})z_S - 4x_A^{\parallel} - 4x_A^{\parallel}x_S \right. \right. \\
& + x_S^2 - 4z_S^2 \Big) + \Delta z^2 \left(-12h_I(x_A^{\parallel})^2x_S^2 + 24h_I(x_A^{\parallel})x_S^2z_S + 4x_A^{\parallel}x_S^2 - 20x_A^{\parallel}x_S^3 \right. \\
& + 8x_S^4 - 12x_S^2z_S^2 \Big) + \Delta z^3 \left(16h_I(x_A^{\parallel})x_A^{\parallel}x_S + 4h_I(x_A^{\parallel})x_S^2 - 16x_A^{\parallel}x_Sz_S \right. \\
& - 4x_S^2z_S \Big) + \Delta z \left(-16h_I(x_A^{\parallel})x_A^{\parallel}x_S^3 + 16h_I(x_A^{\parallel})x_S^4 + 16x_A^{\parallel}x_S^3z_S - 16x_S^4z_S \right) \\
& + \Delta z^5(4h_I(x_A^{\parallel}) - 4z_S) \Big) + \Delta x^6 \left(\Delta z(8h_I(x_A^{\parallel})x_S - 8x_Sz_S) - 4x_S^3 \right) \\
& + \Delta x^7 \left(\Delta z^2 - x_S^2 \right) \Big)^{1/2}
\end{aligned} \tag{D.1g}$$

Hierbei sind $y^{\parallel}(x)$ und $y^{\perp}(x)$ die zugehörigen Projektionen von ∂A_H^{\parallel} bzw. ∂A_H^{\perp} . Die entsprechenden Werte für z_A^{\parallel} , z_A^{\perp} und $z_A^{\parallel\parallel}$ folgen durch Einsetzen in Gleichung (4.37a).

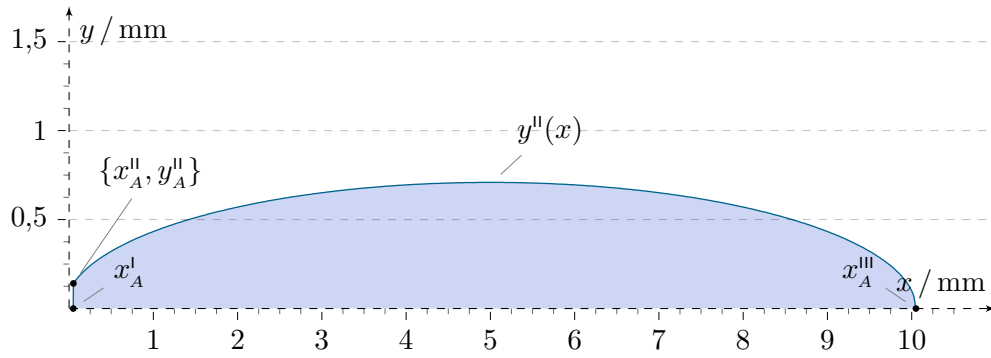


Abbildung D.1: Projektion der Zerspanfläche A_H auf die (x, y) -Ebene bei einer Planfläche. Die Parameter sind $d_s = 100$ mm, $x_s = 10$ mm, $z_s = 50$ mm, $\Delta x = a_f = 0,1$ mm, $\Delta z = 0$ mm und $h_I(x_A^I) = a_e = 1$ mm, der Flächeninhalt beträgt $A_H = 5,649$ mm².

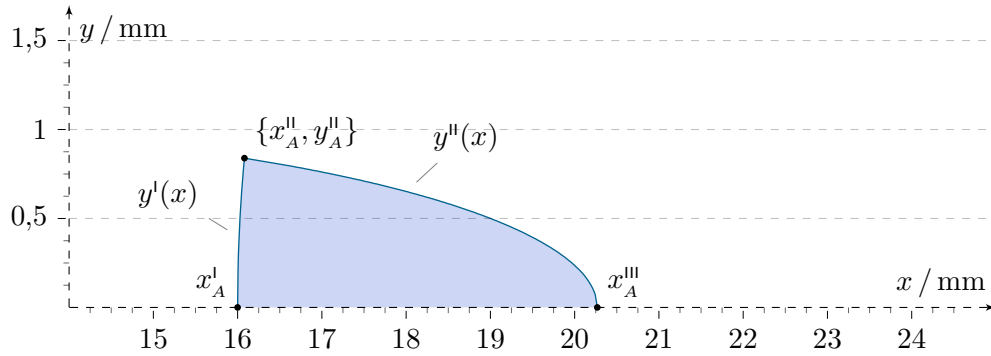


Abbildung D.2: Projektion der Zerspanfläche A_H auf die (x, y) -Ebene bei einer Planfläche. Die Parameter sind $d_s = 100$ mm, $x_s = 30$ mm, $z_s = 50$ mm, $\Delta x = a_f = 0,15$ mm, $\Delta z = -0,03$ mm und $h_I(x_A^I) = a_e = 2$ mm, der Flächeninhalt beträgt $A_H = 2,579$ mm².

D.2 Effektive Korndurchmesser der Schleifdiamanten

FEPA	$d_K / \mu\text{m}$	$d_{km} / \mu\text{m}$	$\Delta d_{km} / \mu\text{m}$
D213	196	208,10	0,38
D151	138	146,52	0,27
D91	83	88,12	0,16
D46	42	44,59	0,08
D30	31	32,91	0,06

Tabelle D.1: Ausgewählte (mittlere) Korngrößen mit deren Bezeichnung und ihrem effektiven Korndurchmesser.

D.3 Kornspitzenverteilungen

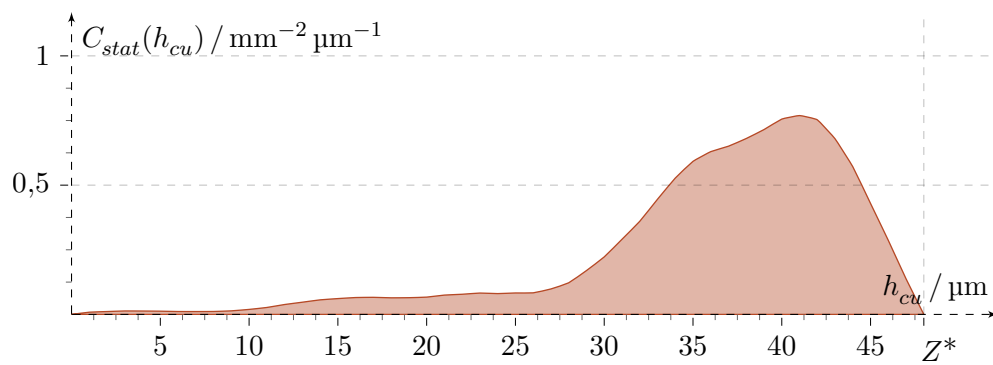


Abbildung D.3: Kornspitzenverteilung $C_{stat}(h_{cu})$ für ein Werkzeug des Typs D151/C60 im normalen Produktionszustand. Die Abszisse ist auf den maximalen Kornbindungsüberstand $Z^* = 48 \mu\text{m}$ normiert.

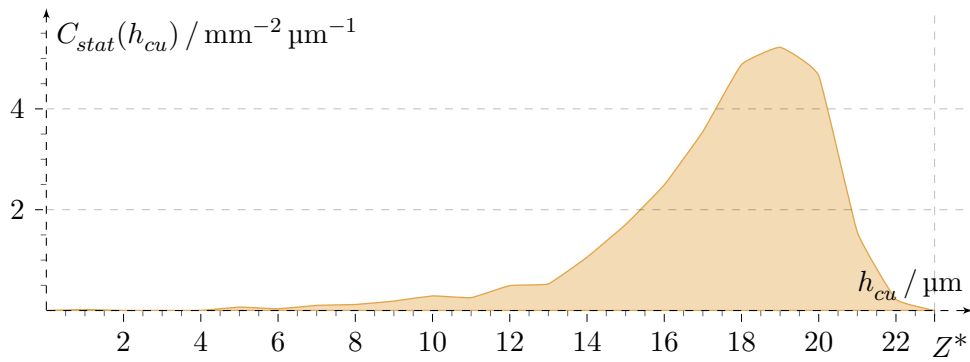


Abbildung D.4: Kornspitzenverteilung $C_{stat}(h_{cu})$ für ein Werkzeug des Typs D91/C60 im stark abgenutzten Produktionszustand. Die Abszisse ist auf den maximalen Kornbindungsüberstand $Z^* = 23 \mu\text{m}$ normiert.

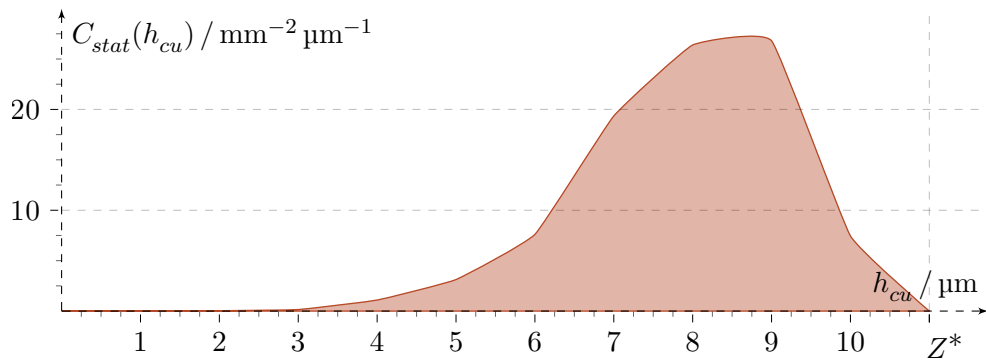


Abbildung D.5: Kornspitzenverteilung $C_{stat}(h_{cu})$ für ein Werkzeug des Typs D30/C50 im normalen Produktionszustand. Die Abszisse ist auf den maximalen Kornbindungsüberstand $Z^* = 11 \mu\text{m}$ normiert.

D.4 Lösung des Kontaktproblems

Die eingedrungenen Konturen $u(x)$ ergeben sich aus den eigentlichen Formen $f(x)$ durch $u(x) = h_{cu,i} - f(x)$. Letztere betragen für die drei effektiven Kornformen:

$$f^{kug}(x) = \begin{cases} 0 & 0 \leq x \leq \frac{L_{vk}}{2} \\ \frac{x^2}{d_{km}} - \frac{L_{vk}^2}{4d_{km}} & \text{sonst} \end{cases} \quad (\text{D.2a})$$

$$f^{keg}(x) = \begin{cases} 0 & 0 \leq x \leq \frac{L_{vk}}{2} \\ -\frac{h_{cu}^*(L_{vk}-2x)}{d_{km}-L_{vk}} & \text{sonst} \end{cases} \quad (\text{D.2b})$$

$$f^{zyl}(x) = \begin{cases} 0 & 0 \leq x \leq \frac{d_{km}}{2} \\ \infty & \text{sonst} \end{cases}. \quad (\text{D.2c})$$

Die positiven Nullstellen der transformierten Ersatzformen $u^*(x) = h_{cu,i} - f^*(x)$ aus Gleichung (4.51) sind:

$$x_0^{kug} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \sqrt{\sqrt{16d_{km}^2 h_{cu,i}^2 + L_{vk}^4} + L_{vk}^2} \quad (\text{D.3a})$$

$$\begin{aligned} x_0^{keg} = & \frac{1}{14} \left(8 \left(h_{cu}^* \right)^2 L_{vk}^3 \left(63 h_{cu,i}^2 \left(h_{cu}^* \right)^4 \left(d_{km}^2 - 2 \left(h_{cu}^* \right)^2 \right) \right. \right. \\ & - 63 d_{km} h_{cu,i}^2 \left(h_{cu}^* \right)^4 \sqrt{d_{km}^2 - 4 \left(h_{cu}^* \right)^2} + 3 \sqrt{14} h_{cu,i} \\ & \cdot \left(\left(h_{cu}^* \right)^8 \left(63 d_{km}^4 h_{cu,i}^2 + 4 d_{km}^2 \left(h_{cu}^* \right)^2 \left(2 L_{vk}^2 - 63 h_{cu,i}^2 \right) \right. \right. \\ & + 2 d_{km} \left(h_{cu}^* \right)^2 \sqrt{d_{km}^2 - 4 \left(h_{cu}^* \right)^2} \left(63 h_{cu,i}^2 - 4 L_{vk}^2 \right) \\ & \left. \left. - 63 d_{km}^3 h_{cu,i}^2 \sqrt{d_{km}^2 - 4 \left(h_{cu}^* \right)^2} + 2 \left(h_{cu}^* \right)^4 \left(63 h_{cu,i}^2 - 8 L_{vk}^2 \right) \right) \right)^{1/2} \\ & + 8 \left(h_{cu}^* \right)^6 L_{vk}^2 \left. \right)^{-1/3} - 1 \Big) + \frac{1}{\left(h_{cu}^* \right)^2} 2 L_{vk} \left(L_{vk} \left(63 h_{cu,i}^2 \left(h_{cu}^* \right)^4 \right. \right. \end{aligned} \quad (\text{D.3b})$$

$$\begin{aligned} & \cdot \left(d_{km}^2 - 2 \left(h_{cu}^* \right)^2 \right) - 63 d_{km} h_{cu,i}^2 \left(h_{cu}^* \right)^4 \sqrt{d_{km}^2 - 4 \left(h_{cu}^* \right)^2} \\ & + 3 \sqrt{14} h_{cu,i} \left(\left(h_{cu}^* \right)^8 \left(63 d_{km}^4 h_{cu,i}^2 + 4 d_{km}^2 \left(h_{cu}^* \right)^2 \left(2 L_{vk}^2 - 63 h_{cu,i}^2 \right) \right. \right. \\ & + 2 d_{km} \left(h_{cu}^* \right)^2 \sqrt{d_{km}^2 - 4 \left(h_{cu}^* \right)^2} \left(63 h_{cu,i}^2 - 4 L_{vk}^2 \right) - 63 d_{km}^3 h_{cu,i}^2 \\ & \cdot \sqrt{d_{km}^2 - 4 \left(h_{cu}^* \right)^2} + 2 \left(h_{cu}^* \right)^4 \left(63 h_{cu,i}^2 - 8 L_{vk}^2 \right) \Big) \\ & \left. + 8 \left(h_{cu}^* \right)^6 L_{vk}^2 \right)^{1/3} \\ x_0^{zyl} = & \frac{d_{km}}{2}. \end{aligned} \quad (\text{D.3c})$$

Durch die Integration (4.52) können die zugehörigen Eindringkräfte berechnet werden:

$$F_{cn}^{kug}(h_{cu,i}) = \frac{E^*}{12\sqrt{2} \cdot 10^6 d_{km}} \left(12 d_{km} h_{cu,i} \sqrt{\sqrt{16 d_{km}^2 h_{cu,i}^2 + L_{vk}^4} + L_{vk}^2} - \left(\sqrt{16 d_{km}^2 h_{cu,i}^2 + L_{vk}^4} - L_{vk}^2 \right)^{3/2} \right) \quad (D.4a)$$

$$F_{cn}^{keg}(h_{cu,i}) = \frac{E^* h_{cu,i} L_{vk}}{10^6} + \frac{E^* (L_{vk} - 2x_0)}{30 \cdot 10^6 (d_{km} - L_{vk})} \left(-30 d_{km} h_{cu,i} + h_{cu}^* (14x_0 + 13 L_{vk}) \sqrt{\frac{4x_0}{L_{vk}} - 2 + 30 h_{cu,i} L_{vk}} \right) \quad (D.4b)$$

$$F_{cn}^{zyl}(h_{cu,i}) = \frac{E^* h_{cu,i} d_{km}}{10^6}. \quad (D.4c)$$

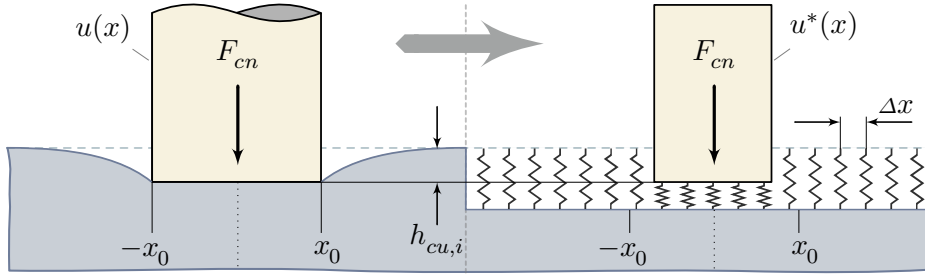


Abbildung D.6: Schematische Darstellung der Winklerschen Bettung nach Popov und Heß [2013]. Das ursprünglich dreidimensionale Originalproblem (links) wird auf zwei Dimensionen reduziert (rechts). Die Elastizität des Werkstoffs ist durch Federn der Steifigkeit $\Delta c = E^* \Delta x$ (diskreter Fall) approximiert. Außerdem wird die (eingedrungene) Ausgangsform $u(x)$ in eine Ersatzform $u^*(x)$ transformiert.

D.5 Schleifkraftmessungen

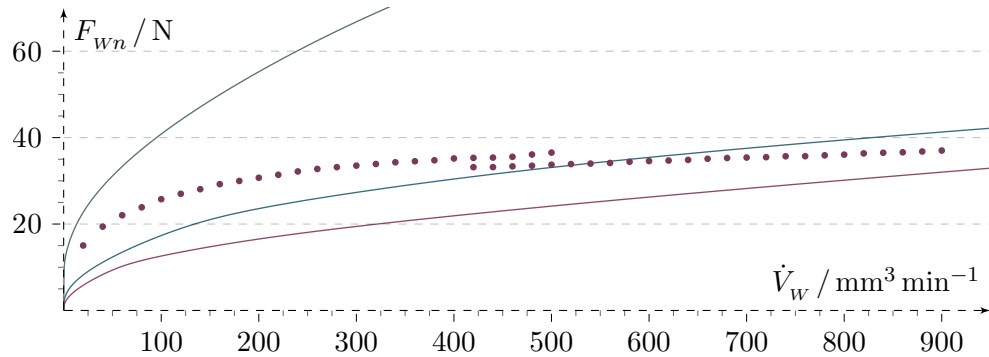


Abbildung D.7: Kraftkomponente F_{wn} in Abhängigkeit vom Zeitspannungsvolumen \dot{V}_w für ein abgenutztes Werkzeug des Typs D91/C60 (Punkte) und der Vergleich mit den theoretischen Vorhersagen (blau: Kugel, violett: Kegel, grün: Zylinder). Der Parameterbereich ist in Tabelle 4.2 zu sehen. Für $\dot{V}_w = 420 - 500 \text{ mm}^3 \text{min}^{-1}$ überlappen die Messreihen.

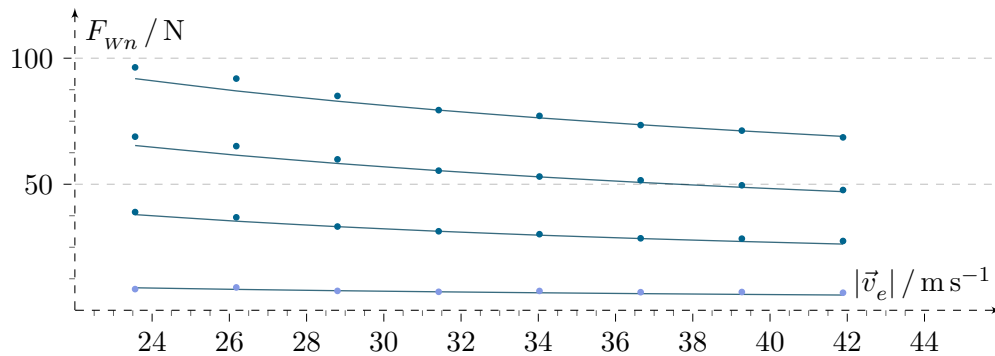


Abbildung D.8: Normalkraft F_{wn} in Abhängigkeit von der Wirkgeschwindigkeit $|\vec{v}_e|$ und dem Zeitspannungsvolumen \dot{V}_w (mit F_{wn} aufsteigend) für ein Werkzeug D30/C50 (Punkte) und der Vergleich mit den theoretischen Vorhersagen für das Kugelmodell. Der Parameterbereich ist in Tabelle 4.3 zu sehen.

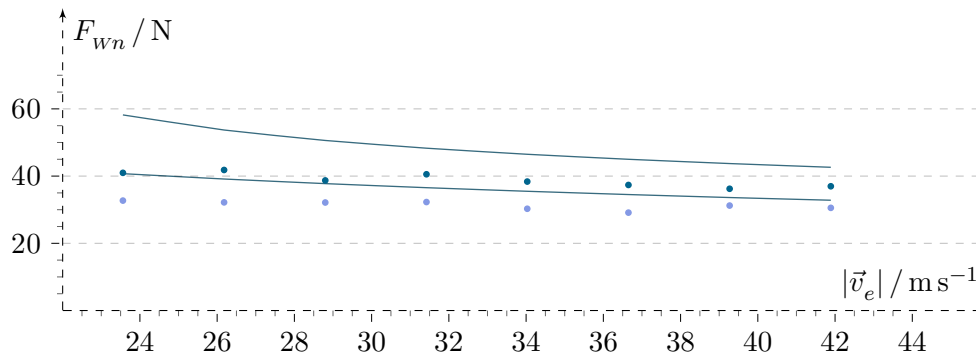


Abbildung D.9: Normalkraft F_{wn} in Abhängigkeit von der Wirkgeschwindigkeit $|\vec{v}_e|$ und dem Zeitspannungsvolumen \dot{V}_w (mit F_{wn} aufsteigend) für ein abgenutztes Werkzeug D91/C60 (Punkte) und der Vergleich mit den theoretischen Vorhersagen für das Kugelmodell. Der Parameterbereich ist in Tabelle 4.3 zu sehen.

E Zusatz zur Umsetzung und Anwendung

E.1 Messungen zum Modell des konstanten Zeitspannungsvolumens

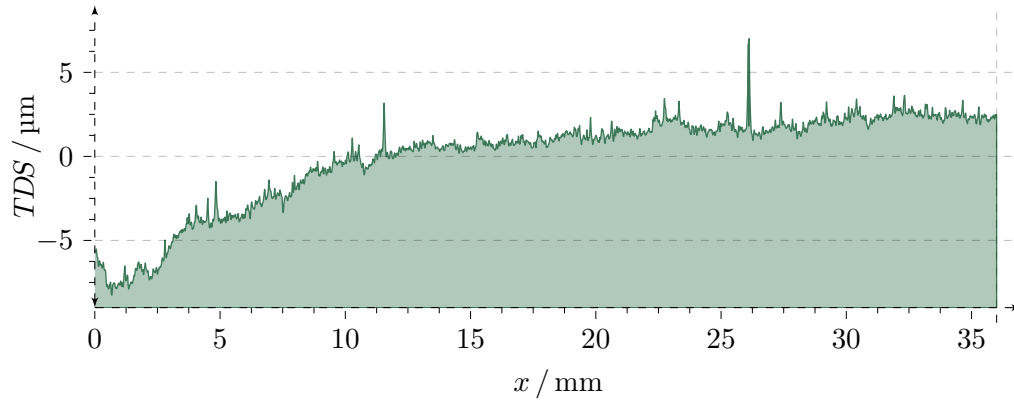


Abbildung E.1: Profil-Formmessung einer Planfläche aus F2 beim Vorschleifen mit Steuerung des Zeitspannungsvolumens. Die Prozessparameter sind $d_w = 75$ mm, $z_0 = 1,5$ mm und $\dot{V}_w = 800$ mm³ min⁻¹. Für die Formabweichungen gilt $PV = 12,827$ µm, $RMS_t = 2,804$ µm, $RMS_i = 1,892$ µm und $RMS_a = 0,667$ µm.

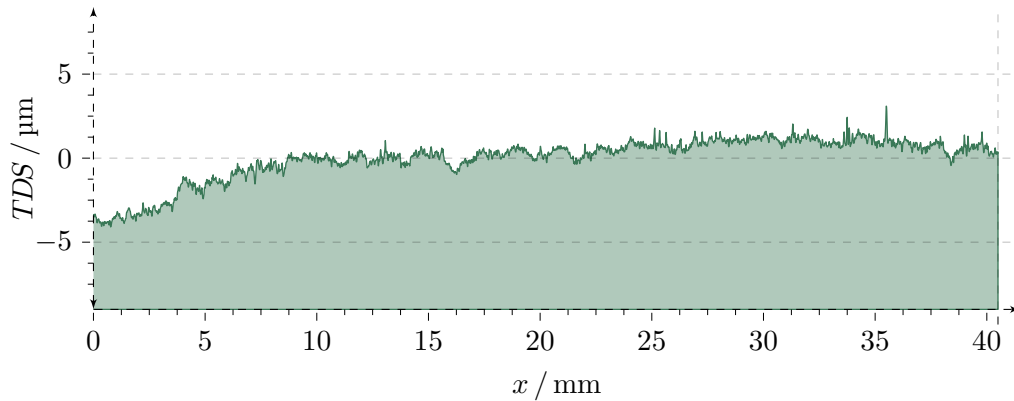


Abbildung E.2: Profil-Formmessung einer Planfläche aus N-BK7 beim Vorschleifen mit Steuerung des Zeitspannungsvolumens. Die Prozessparameter sind $d_w = 85$ mm, $z_0 = 0,7$ mm und $\dot{V}_w = 400$ mm³ min⁻¹. Für die Formabweichungen gilt $PV = 5,431$ µm, $RMS_t = 1,276$ µm, $RMS_i = 0,981$ µm und $RMS_a = 0,510$ µm.

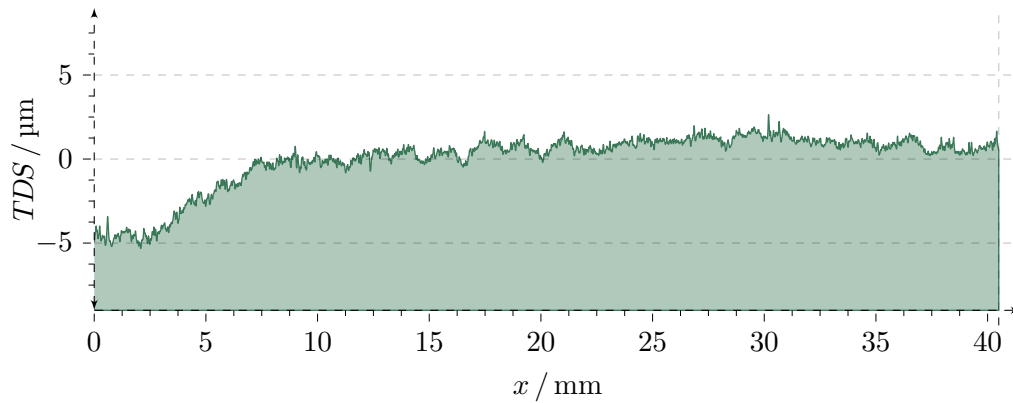


Abbildung E.3: Profil-Formmessung einer Planfläche aus N-BK7 beim Vorschleifen mit Steuerung des Zeitspanungsvolumens. Die Prozessparameter sind $d_w = 85 \text{ mm}$, $z_0 = 0,7 \text{ mm}$ und $\dot{V}_w = 600 \text{ mm}^3 \text{ min}^{-1}$. Für die Formabweichungen gilt $PV = 6,702 \text{ µm}$, $RMS_t = 1,655 \text{ µm}$, $RMS_i = 1,365 \text{ µm}$ und $RMS_a = 0,641 \text{ µm}$.

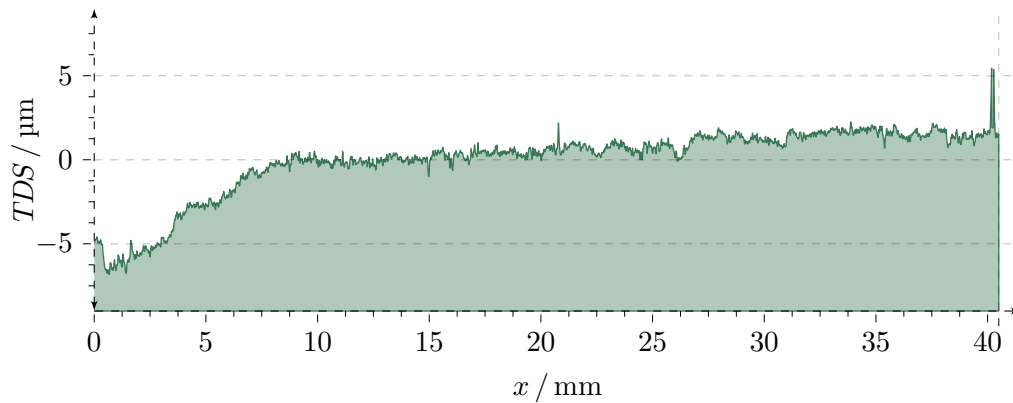


Abbildung E.4: Profil-Formmessung einer Planfläche aus N-BK7 beim Vorschleifen mit Steuerung des Zeitspanungsvolumens. Die Prozessparameter sind $d_w = 85 \text{ mm}$, $z_0 = 1,5 \text{ mm}$ und $\dot{V}_w = 600 \text{ mm}^3 \text{ min}^{-1}$. Für die Formabweichungen gilt $PV = 9,072 \text{ µm}$, $RMS_t = 2,027 \text{ µm}$, $RMS_i = 1,484 \text{ µm}$ und $RMS_a = 0,750 \text{ µm}$.

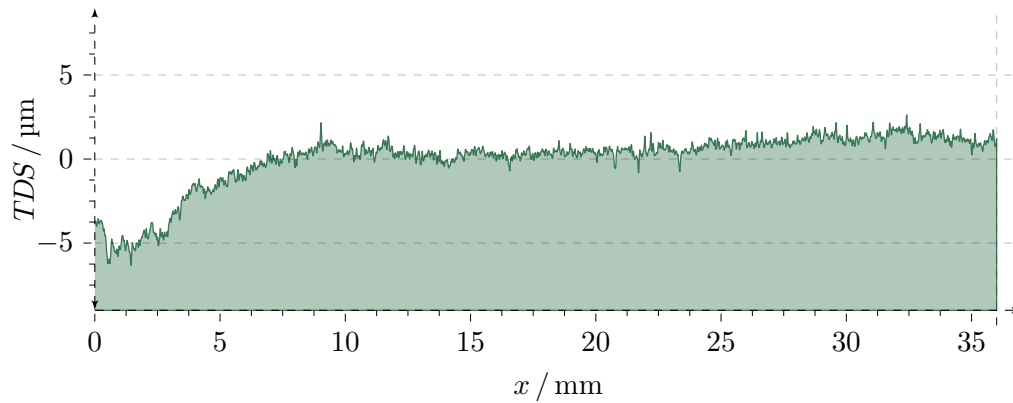


Abbildung E.5: Profil-Formmessung einer Planfläche aus N-LAK10 beim Vorschleifen mit Steuerung des Zeitspannungsvolumens. Die Prozessparameter sind $d_w = 75 \text{ mm}$, $z_0 = 1 \text{ mm}$ und $\dot{V}_w = 400 \text{ mm}^3 \text{ min}^{-1}$. Für die Formabweichungen gilt $PV = 7,451 \text{ µm}$, $RMS_t = 1,691 \text{ µm}$, $RMS_i = 1,326 \text{ µm}$ und $RMS_a = 0,730 \text{ µm}$.

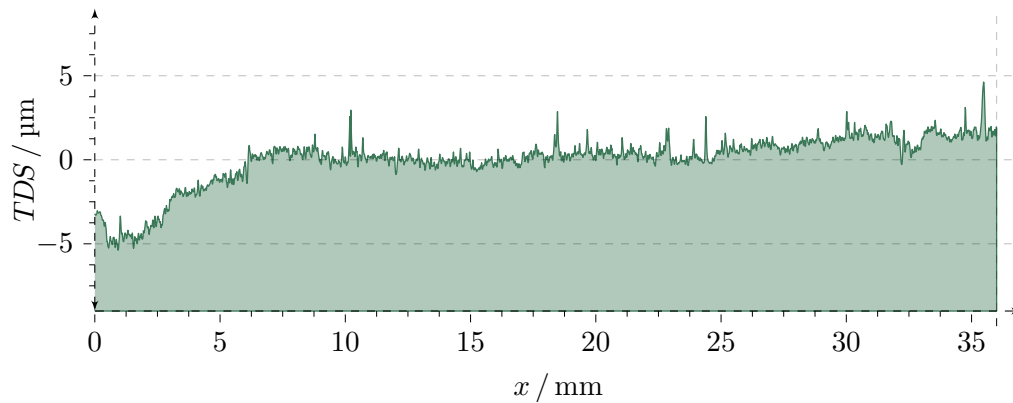


Abbildung E.6: Profil-Formmessung einer Planfläche aus N-LAK10 beim Vorschleifen mit Steuerung des Zeitspannungsvolumens. Die Prozessparameter sind $d_w = 75 \text{ mm}$, $z_0 = 1 \text{ mm}$ und $\dot{V}_w = 300 \text{ mm}^3 \text{ min}^{-1}$. Für die Formabweichungen gilt $PV = 7,839 \text{ µm}$, $RMS_t = 1,521 \text{ µm}$, $RMS_i = 1,126 \text{ µm}$ und $RMS_a = 0,760 \text{ µm}$.

E.2 Messungen zum Modell des Kräftegleichgewichts

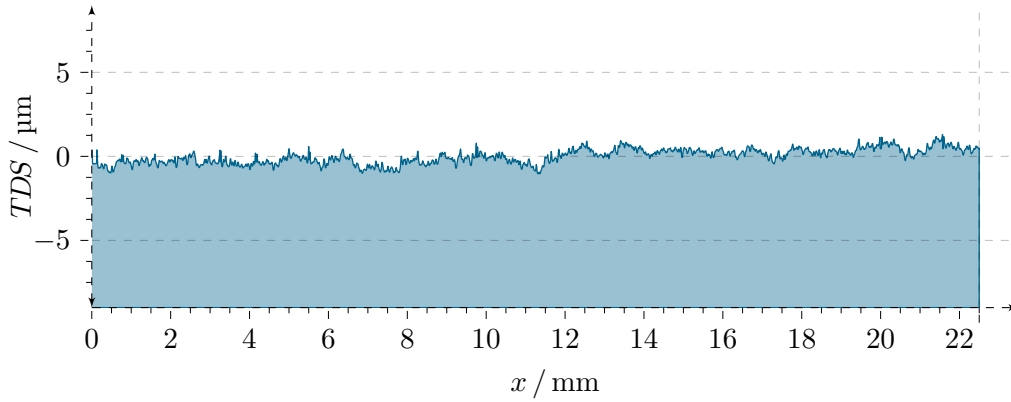


Abbildung E.7: Profil-Formmessung einer Planfläche beim Vorschleifen mit dem Modell des Kräftegleichgewichts. Die Prozessparameter sind $d_w = 48$ mm, $z_0 = 0,5$ mm und $\dot{V}_w = 450$ mm³ min⁻¹. Für die Formabweichungen gilt $PV = 1,748$ µm, $RMS_t = 0,438$ µm, $RMS_i = 0,308$ µm und $RMS_a = 0,287$ µm.

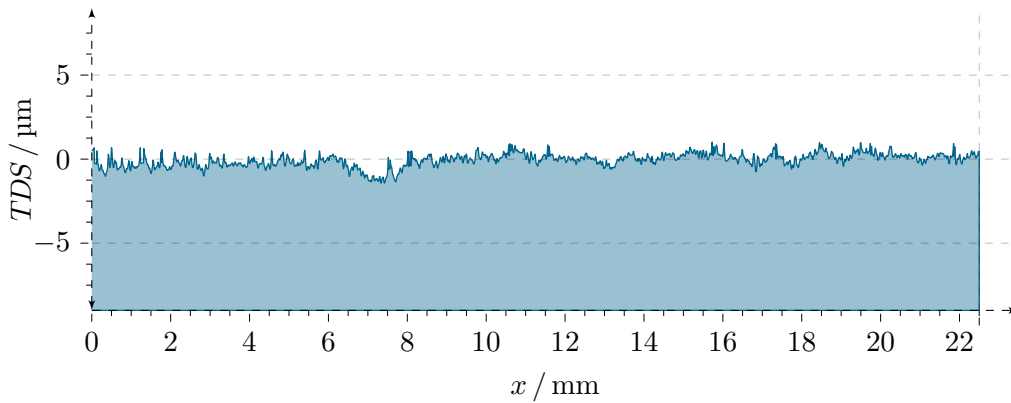


Abbildung E.8: Profil-Formmessung einer Planfläche beim Vorschleifen mit dem Modell des Kräftegleichgewichts. Die Prozessparameter sind $d_w = 48$ mm, $z_0 = 0,5$ mm und $\dot{V}_w = 450$ mm³ min⁻¹. Für die Formabweichungen gilt $PV = 2,357$ µm, $RMS_t = 0,398$ µm, $RMS_i = 0,349$ µm und $RMS_a = 0,338$ µm.

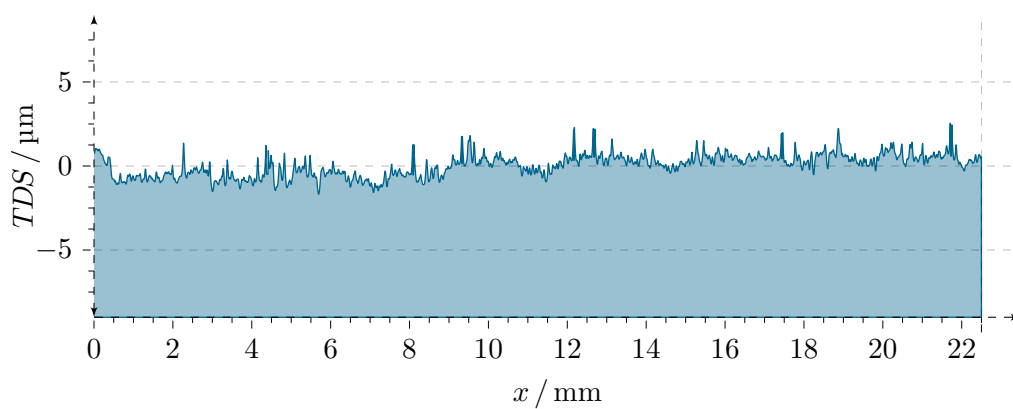


Abbildung E.9: Profil-Formmessung einer Planfläche beim Vorschleifen mit dem Modell des Kräftegleichgewichts. Die Prozessparameter sind $d_w = 48 \text{ mm}$, $z_0 = 0,5 \text{ mm}$ und $\dot{V}_w = 650 \text{ mm}^3 \text{ min}^{-1}$. Für die Formabweichungen gilt $PV = 2,659 \text{ }\mu\text{m}$, $RMS_t = 0,660 \text{ }\mu\text{m}$, $RMS_i = 0,514 \text{ }\mu\text{m}$ und $RMS_a = 0,476 \text{ }\mu\text{m}$.

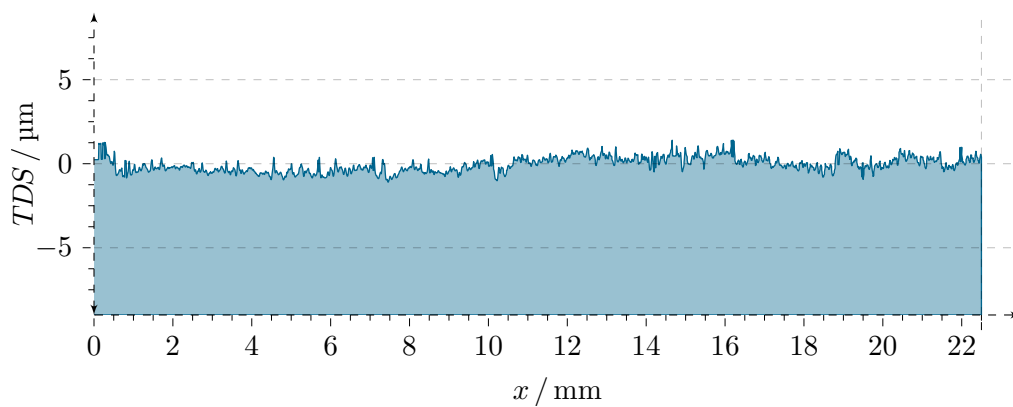


Abbildung E.10: Profil-Formmessung einer Planfläche beim Vorschleifen mit dem Modell des Kräftegleichgewichts. Die Prozessparameter sind $d_w = 48 \text{ mm}$, $z_0 = 0,5 \text{ mm}$ und $\dot{V}_w = 850 \text{ mm}^3 \text{ min}^{-1}$. Für die Formabweichungen gilt $PV = 1,530 \text{ }\mu\text{m}$, $RMS_t = 0,440 \text{ }\mu\text{m}$, $RMS_i = 0,401 \text{ }\mu\text{m}$ und $RMS_a = 0,314 \text{ }\mu\text{m}$.

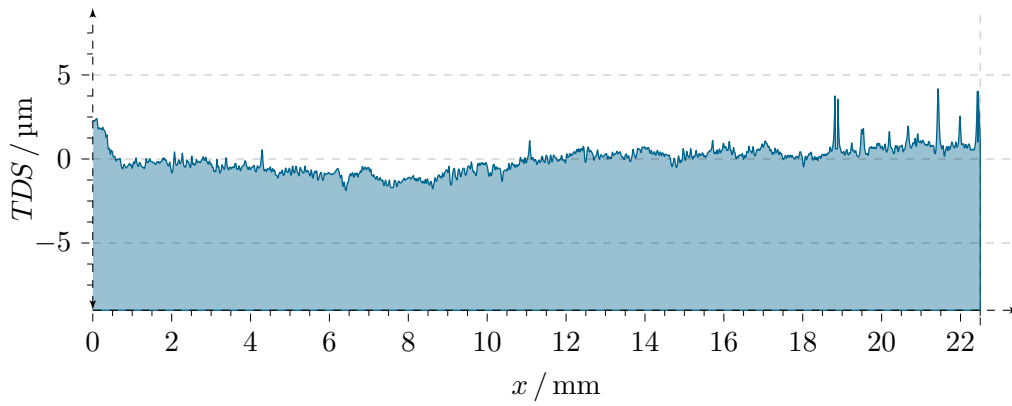


Abbildung E.11: Profil-Formmessung einer Planfläche beim Vorschleifen mit dem Modell des Kräftegleichgewichts. Die Prozessparameter sind $d_w = 48$ mm, $z_0 = 1,5$ mm und $\dot{V}_w = 850$ mm³ min⁻¹. Für die Formabweichungen gilt $PV = 3,804$ μm, $RMS_t = 0,779$ μm, $RMS_i = 0,589$ μm und $RMS_a = 0,438$ μm.

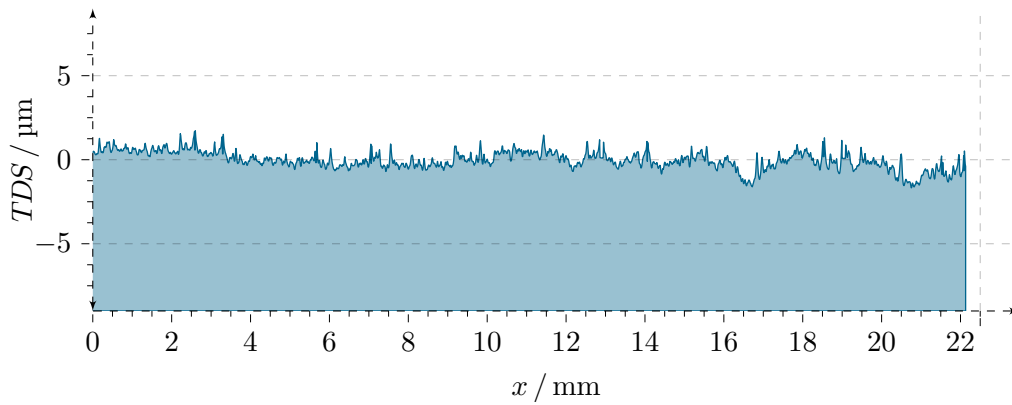


Abbildung E.12: Profil-Formmessung einer Planfläche beim Vorschleifen mit dem Modell des Kräftegleichgewichts. Die Prozessparameter sind $d_w = 48$ mm, $z_0 = 0,5$ mm und $\dot{V}_w = 650$ mm³ min⁻¹. Für die Formabweichungen gilt $PV = 2,369$ μm, $RMS_t = 0,533$ μm, $RMS_i = 0,461$ μm und $RMS_a = 0,430$ μm.

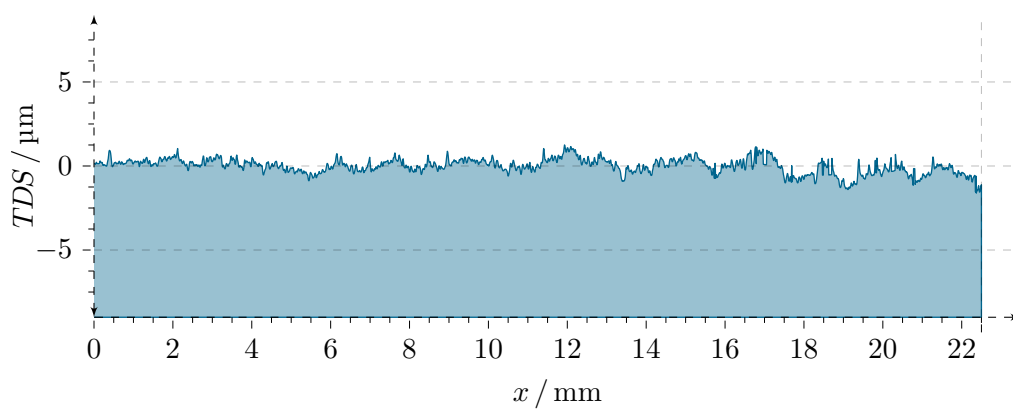


Abbildung E.13: Profil-Formmessung einer Planfläche beim Vorschleifen mit dem Modell des Kräftegleichgewichts. Die Prozessparameter sind $d_w = 48$ mm, $z_0 = 0,5$ mm und $\dot{V}_w = 650$ mm³ min⁻¹. Für die Formabweichungen gilt $PV = 2,152$ µm, $RMS_t = 0,463$ µm, $RMS_i = 0,409$ µm und $RMS_a = 0,368$ µm.

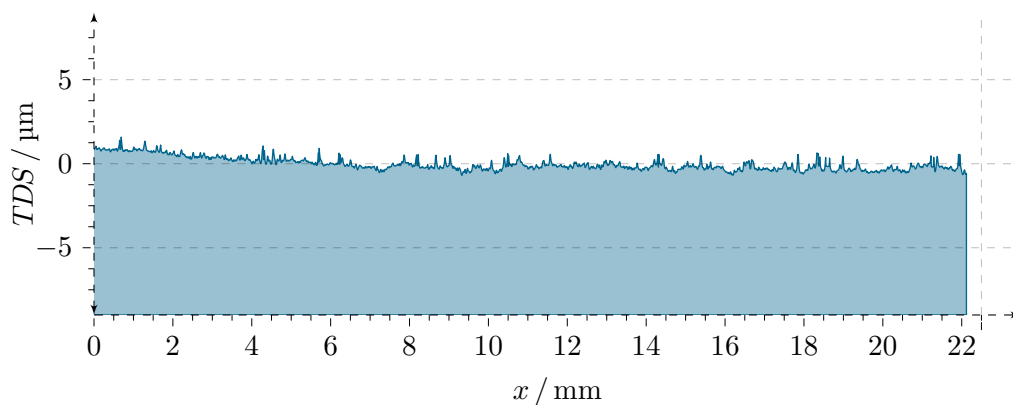


Abbildung E.14: Profil-Formmessung einer Planfläche beim Feinschleifen mit dem Modell des Kräftegleichgewichts. Die Prozessparameter sind $d_w = 48$ mm, $z_0 = 0,05$ mm und $\dot{V}_w = 35$ mm³ min⁻¹. Für die Formabweichungen gilt $PV = 1,515$ µm, $RMS_t = 0,384$ µm, $RMS_i = 0,310$ µm und $RMS_a = 0,201$ µm.

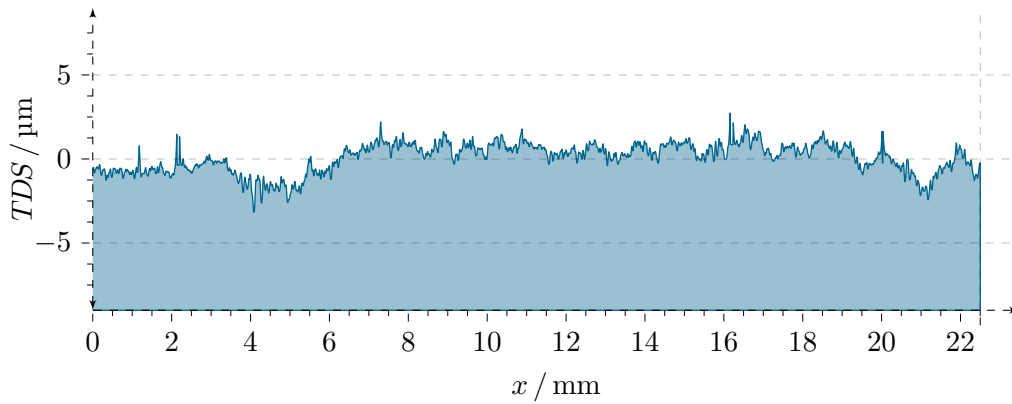


Abbildung E.15: Profil-Formmessung einer Asphäre beim Vorschleifen mit dem Modell des Kräftegleichgewichts. Die Prozessparameter sind $d_w = 48$ mm, $z_0 = 0,5$ mm und $\dot{V}_w = 650$ mm³ min⁻¹. Für die Formabweichungen gilt $PV = 3,326$ μm, $RMS_t = 0,868$ μm, $RMS_i = 0,865$ μm und $RMS_a = 0,633$ μm.

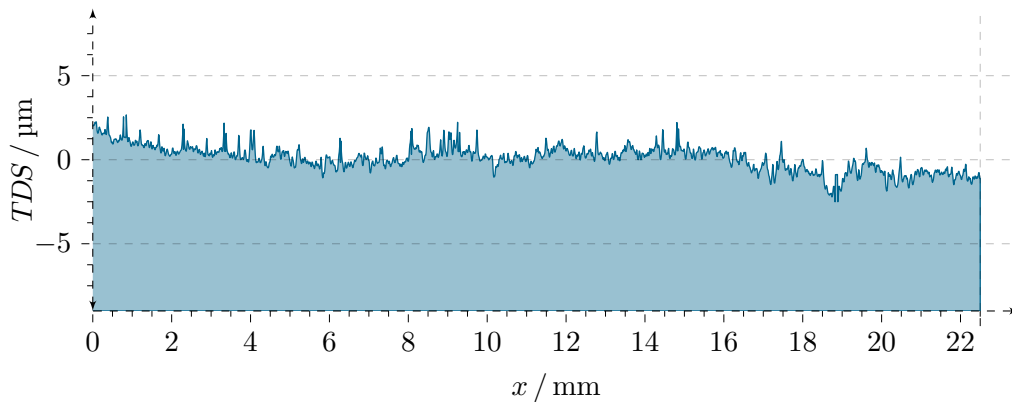


Abbildung E.16: Profil-Formmessung einer Asphäre beim Vorschleifen mit dem Modell des Kräftegleichgewichts. Die Prozessparameter sind $d_w = 48$ mm, $z_0 = 1$ mm und $\dot{V}_w = 800$ mm³ min⁻¹. Für die Formabweichungen gilt $PV = 3,807$ μm, $RMS_t = 0,786$ μm, $RMS_i = 0,563$ μm und $RMS_a = 0,476$ μm.

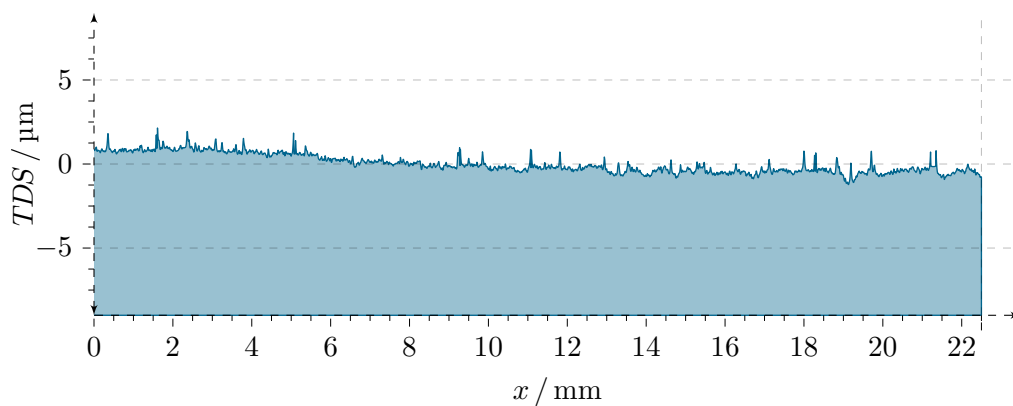


Abbildung E.17: Profil-Formmessung einer Asphäre beim Feinschleifen mit dem Modell des Kräftegleichgewichts. Die Prozessparameter sind $d_w = 48$ mm, $z_0 = 0,05$ mm und $\dot{V}_w = 35$ mm³ min⁻¹. Für die Formabweichungen gilt $PV = 2,036$ μm, $RMSt = 0,549$ μm, $RMSi = 0,388$ μm und $RMSa = 0,223$ μm.

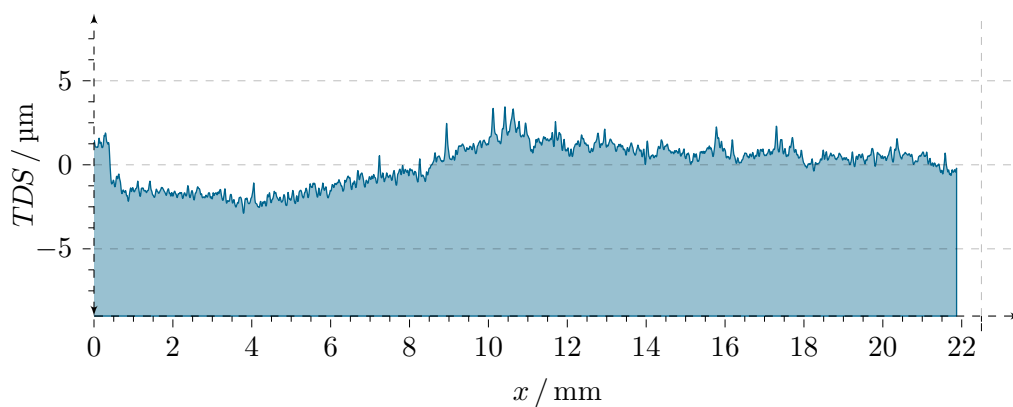


Abbildung E.18: Profil-Formmessung einer Planfläche beim Vorschleifen mit dem Modell des Kräftegleichgewichts und einem stark abgenutzten Werkzeug. Die Prozessparameter sind $d_w = 48$ mm, $z_0 = 1,5$ mm und $\dot{V}_w = 850$ mm³ min⁻¹. Für die Formabweichungen gilt $PV = 4,775$ μm, $RMSt = 1,264$ μm, $RMSi = 1,102$ μm und $RMSa = 0,654$ μm.

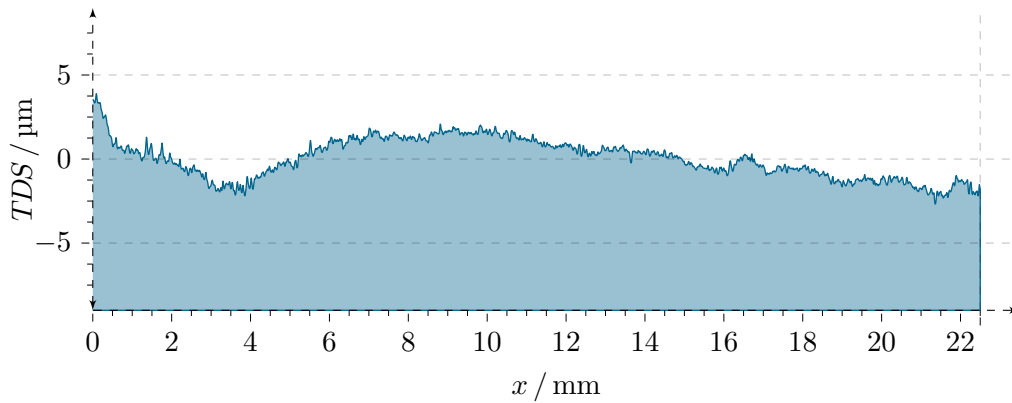


Abbildung E.19: Profil-Formmessung einer Planfläche beim Vorschleifen mit dem Modell des Kräftegleichgewichts und einem stark abgenutzten Werkzeug. Die Prozessparameter sind $d_w = 48 \text{ mm}$, $z_0 = 0,5 \text{ mm}$ und $\dot{V}_w = 450 \text{ mm}^3 \text{ min}^{-1}$. Für die Formabweichungen gilt $PV = 5,697 \text{ µm}$, $RMS_t = 1,186 \text{ µm}$, $RMS_i = 0,950 \text{ µm}$ und $RMS_a = 0,748 \text{ µm}$.

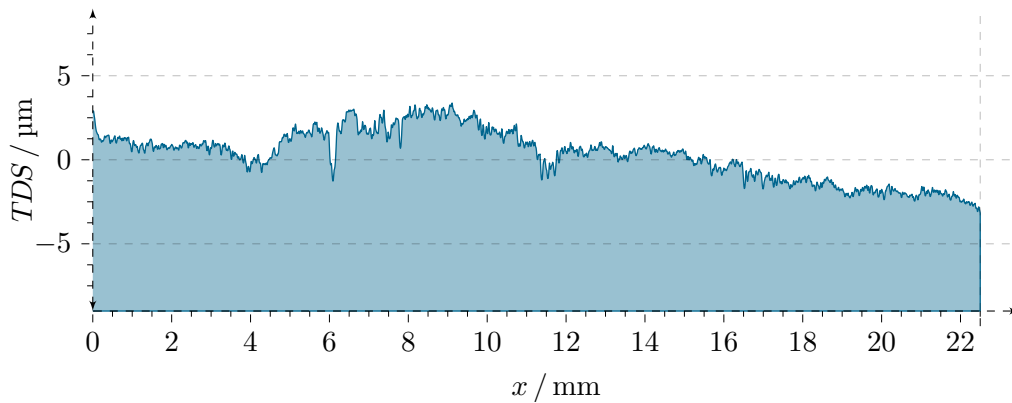


Abbildung E.20: Profil-Formmessung einer Asphäre beim Vorschleifen mit dem Modell des Kräftegleichgewichts und einem stark abgenutzten Werkzeug. Die Prozessparameter sind $d_w = 48 \text{ mm}$, $z_0 = 2 \text{ mm}$ und $\dot{V}_w = 650 \text{ mm}^3 \text{ min}^{-1}$. Für die Formabweichungen gilt $PV = 6,091 \text{ µm}$, $RMS_t = 1,640 \text{ µm}$, $RMS_i = 0,817 \text{ µm}$ und $RMS_a = 0,615 \text{ µm}$.

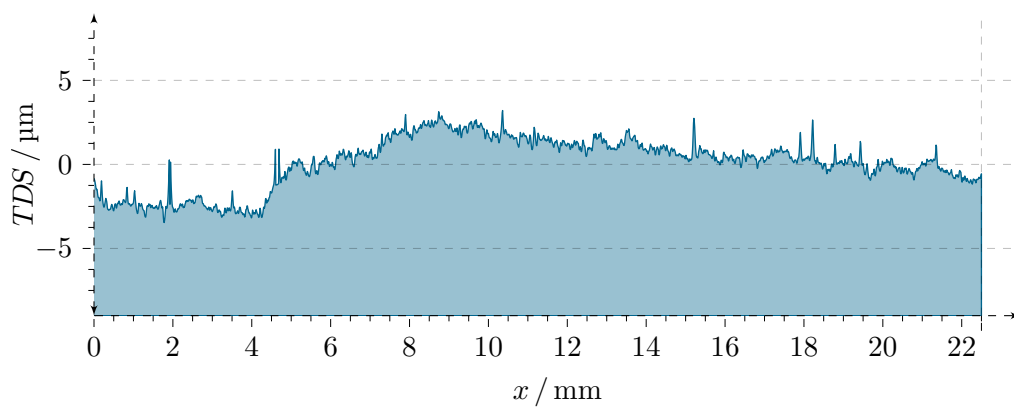


Abbildung E.21: Profil-Formmessung einer Asphäre beim Vorschleifen mit dem Modell des Kräftegleichgewichts und einem stark abgenutzten Werkzeug. Die Prozessparameter sind $d_w = 48 \text{ mm}$, $z_0 = 2 \text{ mm}$ und $\dot{V}_w = 650 \text{ mm}^3 \text{ min}^{-1}$. Für die Formabweichungen gilt $PV = 5,576 \text{ μm}$, $RMS_t = 1,509 \text{ μm}$, $RMS_i = 1,506 \text{ μm}$ und $RMS_a = 0,556 \text{ μm}$.

Literaturverzeichnis

- [Alao und Konneh 2012] ALAO, A.-R. ; KONNEH, M.: Surface finish prediction models for precision grinding of silicon. In: *International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 58 (2012), Februar. – ISSN 0268-3768
- [Ametek GmbH 2013] AMETEK GMBH: *Daten und Bilder eines Talysurf PGI 1240*. Persönliche Mitteilung. August 2013. – URL <http://www.ametek.de/BU/TaylorHobson/index.aspx>
- [Apache Software Foundation 2009a] APACHE SOFTWARE FOUNDATION: *OpenOffice.org*. Mai 2009. – URL <http://www.openoffice.org/de/>
- [Apache Software Foundation 2009b] APACHE SOFTWARE FOUNDATION: *Apache Subversion*. März 2009. – URL <http://subversion.apache.org/>
- [Arif u. a. 2011a] ARIF, M. ; RAHMAN, M. ; SAN, W. Y.: Analytical model to determine the critical feed per edge for ductile-brittle transition in milling process of brittle materials. In: *International Journal of Machine Tools and Manufacture* 51 (2011), März. – ISSN 0890-6955
- [Arif u. a. 2011b] ARIF, M. ; RAHMAN, M. ; SAN, W. Y.: Ultraprecision ductile mode machining of glass by micromilling process. In: *Journal of Manufacturing Processes* 13 (2011), Januar. – URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1526612510000502>. – ISSN 1526-6125
- [asphericon GmbH 2010] ASPHERICON GMBH: *Erfahrungen im Produktionsprozess*. Persönliche Mitteilung. Oktober 2010. – URL <http://www.asphericon.net/>
- [asphericon GmbH 2013] ASPHERICON GMBH: *Unternehmensprofil und Produkte*. Persönliche Mitteilung. Dezember 2013. – URL <http://www.asphericon.net/>
- [Aurich u. a. 2009] AURICH, J. C. ; BIERMANN, D. ; BLUM, H. ; BRECHER, C. ; CARSTENSEN, C. ; DENKENA, B. ; KLOCKE, F. ; KRÖGER, M. ; STEINMANN, P. ; WEINERT, K.: Modelling and simulation of process: machine interaction in grinding. In: *Production Engineering* 3 (2009), März. – URL <http://link.springer.com/article/10.1007/s11740-008-0137-x>. – ISSN 0944-6524
- [Bifano u. a. 1993] BIFANO, T. G. ; DEPIERO, D. K. ; GOLINI, D.: Chemomechanical effects in ductile-regime machining of glass. In: *Precision Engineering* 15 (1993), Oktober. – ISSN 0141-6359

- [Bifano u. a. 1991] BIFANO, T. G. ; DOW, T. A. ; SCATTERGOOD, R. O.: Ductile-Regime Grinding: A New Technology for Machining Brittle Materials. In: *Journal of Engineering for Industry-Transactions of the Asme* 113 (1991), Mai. – ISSN 0022-0817
- [Born und Wolf 1999] BORN, M. ; WOLF, E.: *Principles of Optics: Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light*. 7. Cambridge : Cambridge University Press, Oktober 1999. – ISBN 9780521784498
- [Brinksmeier u. a. 2006] BRINKSMEIER, E. ; AURICH, J. C. ; GOVEKAR, E. ; HEINZEL, C. ; HOFFMEISTER, H. W. ; KLOCKE, F. ; PETERS, J. ; RENTSCH, R. ; STEPHENSON, D. J. ; UHLMANN, E. ; WEINERT, K. ; WITTMANN, M.: Advances in Modeling and Simulation of Grinding Processes. In: *CIRP Annals - Manufacturing Technology* 55 (2006). – URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1660277306000041>. – ISSN 0007-8506
- [Brinksmeier u. a. 1998] BRINKSMEIER, E. ; TÖNSHOFF, H. K. ; CZENKUSCH, C. ; HEINZEL, C.: Modelling and optimization of grinding processes. In: *Journal of Intelligent Manufacturing* 9 (1998), August. – URL <http://link.springer.com/article/10.1023/A%3A1008908724050>. – ISSN 0956-5515
- [Chen und Brian Rowe 1996] CHEN, X. ; BRIAN ROWE, W.: Analysis and simulation of the grinding process. Part II: Mechanics of grinding. In: *International Journal of Machine Tools and Manufacture* 36 (1996), August. – URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0890695596001174>. – ISSN 0890-6955
- [Chiaia 2001] CHIAIA, B.: Fracture mechanisms induced in a brittle material by a hard cutting indenter. In: *International Journal of Solids and Structures* 38 (2001), November. – URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0020768301001172>. – ISSN 0020-7683
- [Chiu u. a. 2001] CHIU, W. C. ; ENDRES, W. J. ; THOULESS, M. D.: An analysis of surface cracking during orthogonal machining of glass. In: *Machining Science and Technology* 5 (2001). – ISSN 1091-0344
- [Dahmen und Reusken 2008] DAHMEN, W. ; REUSKEN, A.: *Numerik für Ingenieure und Naturwissenschaftler*. 2. Berlin : Springer, März 2008. – ISBN 9783540764922
- [Dambon 2010] DAMBON, O.: *Präzisionsbearbeitung von sprödharten Materialien für optische Anwendungen*. September 2010
- [Deiab und Veldhuis 2007] DEIAB, I. M. ; VELDHUIS, S. C.: Off line simulation system of machining processes. In: *Journal of the Franklin Institute* 344 (2007), August. – URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0016003206000287>. – ISSN 0016-0032
- [Demirci u. a. 2008] DEMIRCI, I. ; MEZGHANI, S. ; EL MANSORI, M.: On material removal regimes for the shaping of glass edges: Force analysis, surface topography and damage mechanisms. In: *Tribology Letters* 30 (2008), Mai. – ISSN 1023-8883

- [Demirci u. a. 2010] DEMIRCI, I. ; MEZGHANI, S. ; MKADDEM, A. ; EL MANSORI, M.: Effects of abrasive tools on surface finishing under brittle-ductile grinding regimes when manufacturing glass. In: *Journal of Materials Processing Technology* 210 (2010), Februar. – ISSN 0924-0136
- [Di Luzio u. a. 2007] DI LUZIO, S. ; REVEL, P. ; GAGNAIRE, H. ; FERAUD, B.: An industrial process of high precision aspherical lens surfaces manufacturing. In: *Mecanique & Industries* 8 (2007), Juli. – ISSN 1296-2139
- [Döhler 2006] DÖHLER, H.: *Informationsgewinn durch Messung*. 1. Renningen : expert verlag GmbH, Dezember 2006. – ISBN 3816925685
- [Döhler 2007] DÖHLER, H.: *Gedanken zur Modellentwicklung beim Schleifen*. Persönliche Mitteilung. Juni 2007
- [Edwards und Hed 1987] EDWARDS, D. F. ; HED, P. P.: Optical glass fabrication technology 1: Fine grinding mechanism using bound diamond abrasives. In: *Applied Optics* 26 (1987), November. – URL <http://www.opticsinfobase.org/ao/fulltext.cfm?uri=ao-26-21-4670&id=30832>. – ISSN 0003-6935
- [Flores 2006] FLORES, Gerhard: *Gebundene Schneidstoffe*. März 2006
- [Franse 1991] FRANSE, J.: *Aspects of Precision Grinding*. Veldhoven, TU Eindhoven, Dissertation, März 1991
- [Fritz und Schulze 2008] FRITZ, A. H. ; SCHULZE, G.: *Fertigungstechnik*. 8. Berlin : Springer, Oktober 2008. – URL <http://www.springer.com/engineering/production+engineering/book/978-3-540-76695-7>. – ISBN 9783540766957
- [Geike 2007] GEIKE, T.: Mapping of three-dimensional contact problems into one dimension. In: *Physical Review E* 76 (2007)
- [Gerent 2001] GERENT, O.: *Entwicklungen zu einem ganzheitlichen Prozessmodell für das Hochleistungs-Außenrund-Formschleifen*. Aachen, RWTH Aachen, Dissertation, Mai 2001
- [GFE Schmalkalden 2010a] GFE SCHMALKALDEN: *Kurze Leistungsbeschreibung des Oberflächenmessgerätes (OMG 3)*. Persönliche Mitteilung. Juni 2010
- [GFE Schmalkalden 2010b] GFE SCHMALKALDEN: *Technische Kenngrößen des OMG 3*. Juni 2010
- [Gnu Project 2009] GNU PROJECT: *Bash*. Februar 2009. – URL <http://www.gnu.org/software/bash/bash.html>
- [Gu u. a. 2011] GU, W. ; YAO, Z. ; LI, H.: Investigation of grinding modes in horizontal surface grinding of optical glass BK7. In: *Journal of Materials Processing Technology* 211 (2011), Oktober. – URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0924013611001397>. – ISSN 0924-0136

- [Hecker u. a. 2007] HECKER, R. L. ; LIANG, S. Y. ; WU, X. J. ; XIA, P. ; JIN, D. G. W.: Grinding force and power modeling based on chip thickness analysis. In: *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 33 (2007), Juni. – URL <http://link.springer.com/article/10.1007/s00170-006-0473-y>. – ISSN 0268-3768
- [Hou und Komanduri 2003] HOU, Z. B. ; KOMANDURI, R.: On the mechanics of the grinding process – Part I. Stochastic nature of the grinding process. In: *International Journal of Machine Tools and Manufacture* 43 (2003), Dezember. – URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S089069550300186X>. – ISSN 0890-6955
- [Huang und Gao 2010] HUANG, X. ; GAO, Y.: A discrete system model for form error control in surface grinding. In: *International Journal of Machine Tools and Manufacture* 50 (2010), März. – URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0890695509002545>. – ISSN 0890-6955
- [Inasaki 1996] INASAKI, I.: Grinding Process Simulation Based on the Wheel Topography Measurement. In: *CIRP Annals - Manufacturing Technology* 45 (1996), Dezember. – URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0007850607630777>. – ISSN 0007-8506
- [Jakob Lach GmbH & Co. KG 2013] JAKOB LACH GMBH & CO. KG: *Diamant- und CBN-Schleifscheiben*. 2013. – URL <http://www.lach-diamant.de/>
- [Kistler Instrumente AG 1997] KISTLER INSTRUMENTE AG: *CompacDyn 9254 3-Komponenten-Dynamometer*. 1997
- [Klocke und König 2005] KLOCKE, F. ; KÖNIG, W.: *Fertigungsverfahren 2 - Schleifen, Honen, Läppen*. 4. Berlin : Springer, März 2005. – URL <http://www.springer.com/engineering/production+engineering/book/978-3-540-23496-8>. – ISBN 9783540276999
- [Koch 1991] KOCH, E. N.: *Technologie zum Schleifen asphärischer Linsen*. Aachen, RWTH Aachen, Dissertation, Dezember 1991
- [Kokot 2011] KOKOT, S.: *Abschlussbericht – Bestimmung der Tiefenverteilung von Randzonenschädigungen in optischen Gläsern*. Januar 2011
- [König 2014] KÖNIG, S.: *Untersuchung von Schleifwerkzeugoberflächen*. Persönliche Mitteilung. Februar 2014
- [Lambropoulos u. a. 1996] LAMBROPOULOS, J. C. ; FANG, T. ; FUNKENBUSCH, P. D. ; JACOBS, S. D. ; CUMBO, M. J. ; GOLINI, D.: Surface microroughness of optical glasses under deterministic microgrinding. In: *Applied Optics* 35 (1996), August. – ISSN 0003-6935

- [Lee und Shin 2000] LEE, C. W. ; SHIN, Y. C.: Evolutionary modelling and optimization of grinding processes. In: *International Journal of Production Research* 38 (2000). – URL <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/002075400411484>. – ISSN 0020-7543
- [Lee und Baek 2007] LEE, E.-S. ; BAEK, S.-Y.: A study on optimum grinding factors for aspheric convex surface micro-lens using design of experiments. In: *International Journal of Machine Tools and Manufacture* 47 (2007), März. – ISSN 0890-6955
- [Lee 2011] LEE, Y.: Evaluating subsurface damage in optical glasses. In: *Journal of the European Optical Society* 6 (2011). – URL https://www.jeos.org/index.php/jeos_rp/article/view/11001. – ISSN 1990-2573
- [Lemaitre 2006] LEMAITRE, G.: TRSS: A Three Reflection Sky Survey at Dome-C with active optics modified-Rumsey telescope. In: *Optical and Infrared Wide-Field Astronomy in Antarctica* (2006), Juni. – URL <http://wf-antarctica.in2p3.fr/>
- [Li und Rong 2011] LI, X. ; RONG, Y.: Framework of grinding process modeling and simulation based on microscopic interaction analysis. In: *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing* 27 (2011), April. – ISSN 0736-5845
- [Liu u. a. 2007] LIU, K. ; LI, X. P. ; LIANG, S. Y.: The mechanism of ductile chip formation in cutting of brittle materials. In: *International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 33 (2007). – ISSN 0268-3768
- [Microsoft Corp. 2007a] MICROSOFT CORP.: *Microsoft Visual Studio*. November 2007. – URL <http://www.microsoft.com/germany/visualstudio/>
- [Microsoft Corp. 2007b] MICROSOFT CORP.: *Microsoft Visual C++*. November 2007. – URL <http://msdn.microsoft.com/de-de/hh386302/>
- [Neo u. a. 2012] NEO, W. K. ; KUMAR, A. S. ; RAHMAN, M.: A review on the current research trends in ductile regime machining. In: *International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 63 (2012), November. – ISSN 0268-3768
- [Nguyen und Butler 2005] NGUYEN, T. A. ; BUTLER, D. L.: Simulation of surface grinding process, part 2: interaction of the abrasive grain with the workpiece. In: *International Journal of Machine Tools and Manufacture* 45 (2005), September. – URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0890695505000106>. – ISSN 0890-6955
- [Oliveira u. a. 2009] OLIVEIRA, J. F. G. ; SILVA, E. J. ; GUO, C. ; HASHIMOTO, F.: Industrial challenges in grinding. In: *CIRP Annals - Manufacturing Technology* 58 (2009). – URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0007850609001735>. – ISSN 0007-8506
- [OptoTech GmbH 2008] OPTOTECH GMBH: *ASM 100 CNC-TC Maschinenhandbuch*. 2008. – URL <http://www.optotech.de/>

- [OptoTech GmbH 2013] OPTOTECH GMBH: *ASM 100 CNC-TC – Hochpräzisionsfein- und Feinstschleifen von Asphären und Freiformflächen*. 2013. – URL <http://www.optotech.de/>
- [Osterhaus 1994] OSTERHAUS, G.: *Verfahrensübergreifende Simulation und Auslegung von Schleifprozessen*. Aachen, RWTH Aachen, Dissertation, April 1994
- [Popov 2011] POPOV, V. L.: *Kontaktmechanik und Reibung - Von der Nanotribologie bis zur Erdbebendynamik*. 2. Heidelberg : Springer, Oktober 2011. – URL <http://www.springer.com/materials/mechanics/book/978-3-642-13301-5>. – ISBN 9783642133015
- [Popov und Heß 2013] POPOV, V. L. ; HESS, M.: Normalkontaktprobleme mit rotationssymmetrischen Körpern ohne Adhäsion. In: *Methode der Dimensionsreduktion in Kontaktmechanik und Reibung*. 1. Berlin : Springer, Januar 2013. – URL http://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-642-32673-8_3. – ISBN 9783642326738
- [Press u. a. 2007] PRESS, W. H. ; TEUKOLSKY, S. A. ; VETTERLING, W. T. ; FLANNERY, B. P.: *Numerical Recipes 3rd Edition: The Art of Scientific Computing*. 3. New York : Cambridge University Press, August 2007. – ISBN 9780521880688
- [R Development Core Team 2007] R DEVELOPMENT CORE TEAM: *GNU R*. Juli 2007. – URL <http://www.r-project.org/>
- [Rickens 2011] RICKENS, K.: *Deterministisches Schleifen optischer Gläser mit grobkörnigen Diamantschleifscheiben*. Aachen, RWTH Aachen, Dissertation, Februar 2011
- [Schick 2008] SCHICK, C.: *Volumenabtrag beim Schleifen* / Friedrich-Schiller-Universität Jena. Jena, 2008. – Diplomarbeit
- [Schott AG 2013] SCHOTT AG: *Optisches Glas – Datenblätter*. April 2013. – URL http://www.schott.com/advanced_optics/german/products/optical-materials/optical-glass/optical-glass/
- [Shimada u. a. 1995] SHIMADA, S. ; IKAWA, N. ; INAMURA, T. ; TAKEZAWA, N. ; OHMORI, H. ; SATA, T.: Brittle-Ductile Transition Phenomena in Microindentation and Micromachining. In: *CIRP Annals - Manufacturing Technology* 44 (1995), Januar. – URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0007850607623774>. – ISSN 0007-8506
- [Sohr und Döhler 2012] SOHR, C. ; DÖHLER, H.: *Abschlussbericht zum Projekt Volumenabtrag*. März 2012
- [Spectaris u. a. 2013] SPECTARIS ; VDMA ; ZVEI ; BMBF: *PHOTONIK – Branchenreport 2013*. Berlin, Mai 2013. – Forschungsbericht. – URL <http://www.spectaris.de/verband/presse/publikationen.html>

- [Stirnemann und Kirchheim 1997] STIRNIMANN, J. ; KIRCHHEIM, A.: Neue Schnittkraftdynamometer für Hochpräzisions-Bearbeitungstechniken. In: *Industrial Tooling '97* Sonderdruck (1997), September
- [Stkiepiń 2009] STKIEPIŃ, P.: A probabilistic model of the grinding process. In: *Applied Mathematical Modelling* 33 (2009), Oktober. – URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0307904X09000158>. – ISSN 0307-904X
- [Takahashi und Funkenbusch 2000] TAKAHASHI, T. ; FUNKENBUSCH, P. D.: Micromechanics of diamond composite tools during grinding of glass. In: *Materials Science and Engineering: A - Structural Materials: Properties, Microstructure and Processing* 285 (2000), Juni. – ISSN 0921-5093
- [Tang u. a. 2009] TANG, J. ; DU, J. ; CHEN, Y.: Modeling and experimental study of grinding forces in surface grinding. In: *Journal of Materials Processing Technology* 209 (2009), März. – URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0924013608005359>. – ISSN 0924-0136
- [Taylor Hobson 2013] TAYLOR HOBSON: *Technisches Datenblatt Form Talysurf II 120mm PGI*. 2013. – URL <http://www.taylor-hobson.com/>
- [Tönshoff u. a. 1992] TÖNSHOFF, H. K. ; PETERS, J. ; INASAKI, I. ; PAUL, T.: Modelling and Simulation of Grinding Processes. In: *CIRP Annals - Manufacturing Technology* 41 (1992), Februar. – URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0007850607632545>. – ISSN 0007-8506
- [Venkatesh u. a. 2003] VENKATESH, V. C. ; IZMAN, S. ; SHARIF, S. ; MON, T. T. ; KONNEH, M.: Ductile streaks in precision grinding of hard and brittle materials. In: *Sadhana-Academy Proceedings in Engineering Sciences* 28 (2003), Oktober. – ISSN 0256-2499
- [Warnecke und Zitt 1998] WARNECKE, G. ; ZITT, U.: Kinematic Simulation for Analyzing and Predicting High-Performance Grinding Processes. In: *CIRP Annals - Manufacturing Technology* 47 (1998), Januar. – URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0007850607628315>. – ISSN 0007-8506
- [Wegener u. a. 2011] WEGENER, K. ; HOFFMEISTER, H. W. ; KARPUSCHEWSKI, B. ; KUSTER, F. ; HAHMANN, W. C. ; RABIEY, M.: Conditioning and monitoring of grinding wheels. In: *CIRP Annals - Manufacturing Technology* 60 (2011). – URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0007850611002058>. – ISSN 0007-8506
- [Williams und Kelley 2008] WILLIAMS, T. ; KELLEY, C.: *Gnuplot*. Oktober 2008. – URL <http://www.gnuplot.info/>
- [Wolfram Research 2009] WOLFRAM RESEARCH: *Mathematica*. März 2009. – URL <http://www.wolfram.com/mathematica/>

- [Yu u. a. 2011] YU, D. P. ; WONG, Y. S. ; HONG, G. S.: A novel method for determination of the subsurface damage depth in diamond turning of brittle materials. In: *International Journal of Machine Tools and Manufacture* 51 (2011), Dezember. – ISSN 0890-6955
- [Zhong 2003] ZHONG, Z. W.: Ductile or partial ductile mode machining of brittle materials. In: *International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 21 (2003). – ISSN 0268-3768
- [Zhong und Liu 2005] ZHONG, Z. W. ; LIU, W. D.: Effects of cooling and dressing methods on grinding of glass. In: *Materials and Manufacturing Processes* 20 (2005). – ISSN 1042-6914
- [Zirn und Weikert 2006] ZIRN, O. ; WEIKERT, S.: *Modellbildung und Simulation hochdynamischer Fertigungssysteme: Eine praxisnahe Einführung*. 1. Berlin : Springer, August 2006. – ISBN 9783540258179

Abbildungsverzeichnis

2.1	Bild eines Axicons.	4
2.2	Darstellung der Korrektur der sphärischen Abberation mit Hilfe einer asphärischen Linse.	5
2.3	Darstellung einer asphärischen Linse.	8
2.4	Darstellung einer zweidimensionalen Profil-Formmessung mit Formabweichung und Rauheit.	9
2.5	Darstellung des Abtrennvorgangs durch mehrere Schleifkörner.	14
2.6	Darstellung der Verfahrensvarianten bei der Asphärenherstellung.	16
2.7	Darstellung der Verfahrensgrößen beim Schleifen.	19
2.8	Darstellung der makroskopischen Prozessgrößen.	20
2.9	Darstellung der mikroskopischen Prozessgrößen.	21
2.10	Darstellung der Mikrowechselwirkungen beim Schleifen.	22
2.11	Darstellung der Modelltypen.	25
2.12	Diagramm der Modellierungsschritte für Fertigungssysteme.	31
3.1	Darstellung des Maschinenkoordinatensystems der ASM 100 CNC.	35
4.1	Darstellung der Maschinendeformation $\vec{\varepsilon}_e$ beim CNC-Formschleifen (2D).	46
4.2	Darstellung von Prozessgrößen beim CNC-Formschleifen.	58
4.3	Darstellung der Zerspanfläche A_H (3D).	68
4.4	Darstellung der Zerspanfläche A_H (2D).	71
4.5	Darstellung des Korn-Oktaeders.	74
4.6	Darstellung der drei Ansätze für die mittlere Kornform.	75
4.7	Diagramm der Spanungsquerschnitte $A_{cu}^{geo}(h_{cu,i})$	76
4.8	Diagramm der Kornspitzenverteilung $C_{stat}(h_{cu})$ (D91/C60).	78
4.9	Diagramm der Normalkraftkomponenten $F_{cn}^{geo}(h_{cu,i})$	82
4.10	Diagramm der Deformationskraft $F_{\varepsilon z}(z)$	86
4.11	Diagramm des Vergrößerungsfaktors $\alpha(h_{cu,i})$	90
4.12	Diagramm der Spanungsquerschnitte $A_{cu}(h_{cu,i})$ und $A_{cu}^{geo}(h_{cu,i})$	92
4.13	Diagramm der Normalkraftkomponente $F_{cn}(h_{cu,i})$ und $F_{cn}^{geo}(h_{cu,i})$	92
4.14	Diagramm der Normalkraft $F_{wn}(\dot{V}_w)$ und Vergleich mit den theoretischen Vorhersagen (D30/C50).	93
4.15	Diagramm der Normalkraft $F_{wn}(\dot{V}_w)$ und Vergleich mit den theoretischen Vorhersagen (D91/C60).	94
4.16	Diagramm der Normalkraft $F_{wn}(\dot{V}_w)$ und Vergleich mit den theoretischen Vorhersagen (D151/C60).	94

4.17	Diagramm der Normalkraft $F_{wn}(\vec{v}_e , \dot{V}_w)$ und Vergleich mit den theoretischen Vorhersagen (D151/C60).	95
5.1	Darstellung des Datenflusses der technischen Umsetzung.	101
5.2	Profil-Formmessung einer Planfläche beim Vorschleifen ohne Steuerung des Zeitspannungsvolumens für $z_0 = 1,5 \text{ mm}$, $\dot{V}_w = 850 \text{ mm}^3 \text{ min}^{-1}$	105
5.3	Profil-Formmessung einer Planfläche beim Vorschleifen ohne Steuerung des Zeitspannungsvolumens für $z_0 = 1,5 \text{ mm}$, $\dot{V}_w = 850 \text{ mm}^3 \text{ min}^{-1}$	105
5.4	Profil-Formmessung einer Planfläche beim Vorschleifen ohne Steuerung des Zeitspannungsvolumens für $z_0 = 0,7 \text{ mm}$, $\dot{V}_w = 650 \text{ mm}^3 \text{ min}^{-1}$	106
5.5	Profil-Formmessung einer Planfläche beim Vorschleifen mit Steuerung des Zeitspannungsvolumens für $z_0 = 0,9 \text{ mm}$, $\dot{V}_w = 400 \text{ mm}^3 \text{ min}^{-1}$	107
5.6	Profil-Formmessung einer Planfläche beim Vorschleifen mit Steuerung des Zeitspannungsvolumens für $z_0 = 1,5 \text{ mm}$, $\dot{V}_w = 800 \text{ mm}^3 \text{ min}^{-1}$	107
5.7	Profil-Formmessung einer Planfläche beim Vorschleifen mit Steuerung des Zeitspannungsvolumens für $z_0 = 1 \text{ mm}$, $\dot{V}_w = 600 \text{ mm}^3 \text{ min}^{-1}$	108
5.8	Profil-Formmessung einer Asphäre beim Vorschleifen mit Steuerung des Zeitspannungsvolumens für $z_0 = 0,5 \text{ mm}$, $\dot{V}_w = 450 \text{ mm}^3 \text{ min}^{-1}$	109
5.9	Profil-Formmessung einer Planfläche beim Vorschleifen mit dem Modell des Kräftegleichgewichts für $z_0 = 1 \text{ mm}$, $\dot{V}_w = 450 \text{ mm}^3 \text{ min}^{-1}$	110
5.10	Profil-Formmessung einer Planfläche beim Vorschleifen mit dem Modell des Kräftegleichgewichts für $z_0 = 1,5 \text{ mm}$, $\dot{V}_w = 650 \text{ mm}^3 \text{ min}^{-1}$	111
5.11	Profil-Formmessung einer Planfläche beim Vorschleifen mit dem Modell des Kräftegleichgewichts für $z_0 = 1 \text{ mm}$, $\dot{V}_w = 800 \text{ mm}^3 \text{ min}^{-1}$	111
5.12	Profil-Formmessung einer Planfläche beim Feinschleifen mit dem Modell des Kräftegleichgewichts für $z_0 = 0,05 \text{ mm}$, $\dot{V}_w = 35 \text{ mm}^3 \text{ min}^{-1}$	112
5.13	Profil-Formmessung einer Planfläche beim Feinschleifen mit dem Modell des Kräftegleichgewichts für $z_0 = 0,05 \text{ mm}$, $\dot{V}_w = 35 \text{ mm}^3 \text{ min}^{-1}$	113
5.14	Profil-Formmessung einer Asphäre beim Vorschleifen mit dem Modell des Kräftegleichgewichts für $z_0 = 0,5 \text{ mm}$, $\dot{V}_w = 450 \text{ mm}^3 \text{ min}^{-1}$	113
5.15	Profil-Formmessung einer Asphäre beim Vorschleifen mit dem Modell des Kräftegleichgewichts für $z_0 = 1,5 \text{ mm}$, $\dot{V}_w = 450 \text{ mm}^3 \text{ min}^{-1}$	114
5.16	Profil-Formmessung einer Asphäre beim Vorschleifen mit dem Modell des Kräftegleichgewichts für $z_0 = 1 \text{ mm}$, $\dot{V}_w = 800 \text{ mm}^3 \text{ min}^{-1}$	115
5.17	Profil-Formmessung einer Asphäre beim Feinschleifen mit dem Modell des Kräftegleichgewichts für $z_0 = 0,05 \text{ mm}$, $\dot{V}_w = 35 \text{ mm}^3 \text{ min}^{-1}$	115
5.18	Profil-Formmessung einer Asphäre beim Feinschleifen mit dem Modell des Kräftegleichgewichts für $z_0 = 0,05 \text{ mm}$, $\dot{V}_w = 35 \text{ mm}^3 \text{ min}^{-1}$	116
A.1	Bilder von verschiedenen Asphären.	122
A.2	Darstellung der Fertigungsverfahren nach DIN 8580.	124
A.3	Bilder von Schleifkörnern und Werkzeugoberflächen.	125
A.4	Bilder von geschliffenen Oberflächen.	127
A.5	Bilder von Tiefenrissen.	128

B.1	Bild der Asphärenscheifmaschine ASM 100 CNC.	129
B.2	Bild des Arbeitsbereichs der ASM 100 CNC.	130
B.3	Bild des Profilometers Form Talysurf PGI 1240.	131
B.4	Bild des Kraftsensor CompacDyn 9254.	132
B.5	Darstellung der Deformationskraft-Messung.	133
B.6	Darstellung der Schleifkraft-Messung.	134
B.7	Bild des Oberflächenmessgeräts OMG 3.	135
C.1	Darstellung von Prozessgrößen beim CNC-Formschleifen.	137
C.2	Darstellung von Prozessgrößen beim CNC-Formschleifen.	137
D.1	Darstellung der Zerspanfläche A_H (2D).	141
D.2	Darstellung der Zerspanfläche A_H (2D).	141
D.3	Diagramm der Kornspitzenverteilung $C_{stat}(h_{cu})$ (D151/C60).	142
D.4	Diagramm der Kornspitzenverteilung $C_{stat}(h_{cu})$ (D91/C60, abgenutzt).	143
D.5	Diagramm der Kornspitzenverteilung $C_{stat}(h_{cu})$ (D30/C50).	143
D.6	Darstellung der Winklerschen Bettung.	145
D.7	Diagramm der Normalkraft $F_{wn}(\dot{V}_w)$ und Vergleich mit den theoretischen Vorhersagen (D91/C60, abgenutzt).	146
D.8	Diagramm der Normalkraft $F_{wn}(\vec{v}_e , \dot{V}_w)$ und Vergleich mit den theoretischen Vorhersagen (D30/C50).	146
D.9	Diagramm der Normalkraft $F_{wn}(\vec{v}_e , \dot{V}_w)$ und Vergleich mit den theoretischen Vorhersagen (D91/C60, abgenutzt).	147
E.1	Profil-Formmessung einer Planfläche beim Vorschleifen mit Steuerung des Zeitspanungsvolumens für $z_0 = 1,5$ mm, $\dot{V}_w = 800$ mm ³ min ⁻¹	148
E.2	Profil-Formmessung einer Planfläche beim Vorschleifen mit Steuerung des Zeitspanungsvolumens für $z_0 = 0,7$ mm, $\dot{V}_w = 400$ mm ³ min ⁻¹	148
E.3	Profil-Formmessung einer Planfläche beim Vorschleifen mit Steuerung des Zeitspanungsvolumens für $z_0 = 0,7$ mm, $\dot{V}_w = 600$ mm ³ min ⁻¹	149
E.4	Profil-Formmessung einer Planfläche beim Vorschleifen mit Steuerung des Zeitspanungsvolumens für $z_0 = 1,5$ mm, $\dot{V}_w = 600$ mm ³ min ⁻¹	149
E.5	Profil-Formmessung einer Planfläche beim Vorschleifen mit Steuerung des Zeitspanungsvolumens für $z_0 = 1$ mm, $\dot{V}_w = 400$ mm ³ min ⁻¹	150
E.6	Profil-Formmessung einer Planfläche beim Vorschleifen mit Steuerung des Zeitspanungsvolumens für $z_0 = 1$ mm, $\dot{V}_w = 300$ mm ³ min ⁻¹	150
E.7	Profil-Formmessung einer Planfläche beim Vorschleifen mit dem Modell des Kräftegleichgewichts für $z_0 = 0,5$ mm, $\dot{V}_w = 450$ mm ³ min ⁻¹	151
E.8	Profil-Formmessung einer Planfläche beim Vorschleifen mit dem Modell des Kräftegleichgewichts für $z_0 = 0,5$ mm, $\dot{V}_w = 450$ mm ³ min ⁻¹	151
E.9	Profil-Formmessung einer Planfläche beim Vorschleifen mit dem Modell des Kräftegleichgewichts für $z_0 = 0,5$ mm, $\dot{V}_w = 650$ mm ³ min ⁻¹	152
E.10	Profil-Formmessung einer Planfläche beim Vorschleifen mit dem Modell des Kräftegleichgewichts für $z_0 = 0,5$ mm, $\dot{V}_w = 850$ mm ³ min ⁻¹	152
E.11	Profil-Formmessung einer Planfläche beim Vorschleifen mit dem Modell des Kräftegleichgewichts für $z_0 = 1,5$ mm, $\dot{V}_w = 850$ mm ³ min ⁻¹	153

E.12	Profil-Formmessung einer Planfläche beim Vorschleifen mit dem Modell des Kräftegleichgewichts für $z_0 = 0,5 \text{ mm}$, $\dot{V}_w = 650 \text{ mm}^3 \text{ min}^{-1}$	153
E.13	Profil-Formmessung einer Planfläche beim Vorschleifen mit dem Modell des Kräftegleichgewichts für $z_0 = 0,5 \text{ mm}$, $\dot{V}_w = 650 \text{ mm}^3 \text{ min}^{-1}$	154
E.14	Profil-Formmessung einer Planfläche beim Feinschleifen mit dem Modell des Kräftegleichgewichts für $z_0 = 0,05 \text{ mm}$, $\dot{V}_w = 35 \text{ mm}^3 \text{ min}^{-1}$	154
E.15	Profil-Formmessung einer Asphäre beim Vorschleifen mit dem Modell des Kräftegleichgewichts für $z_0 = 0,5 \text{ mm}$, $\dot{V}_w = 650 \text{ mm}^3 \text{ min}^{-1}$	155
E.16	Profil-Formmessung einer Asphäre beim Vorschleifen mit dem Modell des Kräftegleichgewichts für $z_0 = 1 \text{ mm}$, $\dot{V}_w = 800 \text{ mm}^3 \text{ min}^{-1}$	155
E.17	Profil-Formmessung einer Asphäre beim Feinschleifen mit dem Modell des Kräftegleichgewichts für $z_0 = 0,05 \text{ mm}$, $\dot{V}_w = 35 \text{ mm}^3 \text{ min}^{-1}$	156
E.18	Profil-Formmessung einer Planfläche beim Vorschleifen mit dem Modell des Kräftegleichgewichts und einem stark abgenutzten Werkzeug für $z_0 = 1,5 \text{ mm}$, $\dot{V}_w = 850 \text{ mm}^3 \text{ min}^{-1}$	156
E.19	Profil-Formmessung einer Planfläche beim Vorschleifen mit dem Modell des Kräftegleichgewichts und einem stark abgenutzten Werkzeug für $z_0 = 0,5 \text{ mm}$, $\dot{V}_w = 450 \text{ mm}^3 \text{ min}^{-1}$	157
E.20	Profil-Formmessung einer Asphäre beim Vorschleifen mit dem Modell des Kräftegleichgewichts und einem stark abgenutzten Werkzeug für $z_0 = 2 \text{ mm}$, $\dot{V}_w = 650 \text{ mm}^3 \text{ min}^{-1}$	157
E.21	Profil-Formmessung einer Asphäre beim Vorschleifen mit dem Modell des Kräftegleichgewichts und einem stark abgenutzten Werkzeug für $z_0 = 2 \text{ mm}$, $\dot{V}_w = 650 \text{ mm}^3 \text{ min}^{-1}$	158

Tabellenverzeichnis

2.1	Auflistung der Bewertungen für die einzelnen Modelltypen.	29
4.1	Auflistung der Parameter $\vec{\varepsilon}_e$ der Deformationskraft-Messung.	85
4.2	Auflistung der Parameter \dot{V}_w und $ \vec{v}_e $ der Schleifexperimente zur Aufklärung Schnittkraft.	89
4.3	Auflistung der Parameter $ \vec{v}_e $ und \dot{V}_w der Schleifexperimente zur Aufklärung Schnittkraft.	90
4.4	Auflistung der Schnitteinsatztiefen T_μ und Faktoren γ der Schleifexperimente zur Aufklärung der Schnittkraft.	91
4.5	Auflistung der Parameter \dot{V}_w , T_μ , h_{cu} und C_{kin}^* der durchgeführten Schleifexperimente.	95
5.1	Auflistung der Parameter \dot{V}_w und z_0 der Schleifexperimente zur Verifizierung des Modells aus Kapitel 4.2.	106
A.1	Auflistung der Korngröße ausgewählter Körnungen.	126
A.2	Auflistung der Bindungskonzentration ausgewählter Körnungen.	126
A.3	Auflistung der Werkstoffeigenschaften ausgewählter Kornwerkstoffe.	126
B.1	Auflistung technischer Kenngrößen der ASM 100 CNC.	130
B.2	Auflistung technischer Kenngrößen des Form Talysurf II 120mm PGI.	131
B.3	Auflistung technischer Kenngrößen des CompacDyn 9254.	132
B.4	Auflistung technischer Kenngrößen des OMG 3.	135
B.5	Auflistung optischer und mechanischer Materialparameter der Gläser F2, N-BK7 und N-LAK10.	136
D.1	Auflistung der Parameter d_K und d_{km} wichtiger Korngrößen.	142

Verwendete Hilfsmittel

Zur Erstellung dieser Arbeit wurden folgende Hilfsmittel verwendet:

- Text und Literatur:
 - JabRef
 - Kile
 - L^AT_EX 2_ε
 - Zotero
- Grafiken und Plots:
 - Dia
 - GeoGebra
 - Gimp
 - Gnuplot
 - Gpick
 - Inkscape
 - TikZ
- Daten- und Stapelverarbeitung:
 - Bash
 - GNU R
 - Mathematica
 - OpenOffice.org
- Programmierung und Versionsverwaltung:
 - Apache Subversion
 - Mathematica
 - Microsoft Visual C++
 - Microsoft Visual Studio
 - SmartGit

Ehrenwörtliche Erklärung

Hiermit erkläre ich,

- dass mir die Promotionsordnung der Fakultät bekannt ist,
- dass ich die Dissertation selbst angefertigt habe, keine Textabschnitte oder Ergebnisse eines Dritten oder eigenen Prüfungsarbeiten ohne Kennzeichnung übernommen und alle von mir benutzten Hilfsmittel, persönlichen Mitteilungen und Quellen in meiner Arbeit angegeben habe,
- dass ich die Hilfe eines Promotionsberaters nicht in Anspruch genommen habe und dass Dritte weder unmittelbar noch mittelbar geldwerte Leistungen von mir für Arbeiten erhalten haben, die im Zusammenhang mit dem Inhalt der vorgelegten Dissertation stehen,
- dass ich die Dissertation noch nicht als Prüfungsarbeit für eine staatliche oder andere wissenschaftliche Prüfung eingereicht habe.

Bei der Auswahl und Auswertung des Materials, sowie bei der Herstellung des Manuskripts haben mich folgende Personen unterstützt:

- DR. RER. NAT. HABIL. HERMANN DÖHLER

Ich habe die gleiche, eine in wesentlichen Teilen ähnliche bzw. eine andere Abhandlung an keiner anderen Hochschule als Dissertation eingereicht.

ORT, DATUM

UNTERSCHRIFT